

Örneklem Büyüklüğünün Tetrakorik Korelasyon Katsayısı, Güven Aralığı ve Yanlılık Değerleri Üzerindeki Etkisinin İncelenmesi: Bir Simülasyon Çalışması

Investigation of the Effect of Sample Size on the Tetrachoric Correlation Coefficient, Confidence Interval and Bias Values: A Simulation Study

İsmet DOĞAN^a, Nurhan DOĞAN^a

^aAfyonkarahisar Sağlık Bilimleri Üniversitesi Tıp Fakültesi, Biyoistatistik ve Tıbbi Bilişim AD, Afyonkarahisar, Türkiye

ÖZET Amaç: Çalışmanın amacı, farklı örneklem büyüklüklerinin tetrakorik korelasyon katsayısının değeri, %95 güven aralığı ve yanlılık değerleri üzerindeki etkilerini belirlemektir. **Gereç ve Yöntemler:** Tetrakorik korelasyon için Bonett ve Price (2005) tarafından önerilen yaklaşım dikkate alınarak bir simülasyon çalışması yapılmıştır. Python-random kütüphanesi kullanılarak $10 \leq n \leq 1.000$ aralığında 35 farklı n değeri için veri elde edilmiş, 34.101 farklı 2x2 çapraz tablo değerlendirilmiştir. Farklı örneklem büyüklüklerine göre elde edilen tetrakorik korelasyon değerlerinin istatistiksel anlamlılıklarının değerlendirilmesinde ki-kare testi kullanılmış, istatistiksel önemlilik için $p < 0,05$ alınmıştır. **Bulgular:** Örneklem büyüklüğü arttıkça güven aralıkları ortalama tetrakorik korelasyon değerlerine yaklaşmakta, güven aralıkları daralmakta, istatistiksel olarak önemli ilişki ile karşılaşma yüzdesi artmaktadır. $n \geq 45$ için pozitif ve/veya negatif önemli ilişki değerlerinin sayısı önemsiz ilişki değerlerinin sayısından fazla hâle gelmektedir. Yanlılık değerleri ise örneklem büyüklüğünün artması ile birlikte gözlenen değerlerden herhangi birinin değerinin diğerlerine göre aşırı derecede farklılaşmasından etkilenmektedir. **Sonuç:** Tetrakorik korelasyon katsayısının değeri ve güven aralıkları hem örneklem büyüklüğü hem de gözlenen değerler ile ilişkilidir. Gözlenen değerlerden herhangi birinin değerinin diğerlerine göre aşırı derecede farklılaşması tetrakorik korelasyonun değerini önemli derecede etkilemekte, güven aralığını büyütmektedir. Örneklem büyüklüğü arttıkça, istatistiksel olarak önemli ($p < 0,05$) ilişki ile karşılaşma yüzdesi artmaktadır. Yanlılık ise tek başına örneklem büyüklüğünün artışından değil, örneklem büyüklüğünün artması ile birlikte f_{11} , f_{12} , f_{21} ve f_{22} frekanslarından herhangi birinin değerinin diğerlerine göre aşırı derecede farklılaşmasından etkilenmektedir.

Anahtar kelimeler: Tetrakorik korelasyon; sürekli verilerin dikotomizasyonu; güven aralığı tahmini; iki sonuçlu değişken

ABSTRACT Objective: The aim of the study is to determine the effect of different sample sizes on the value of the tetrachoric correlation coefficient, the 95% confidence interval and the bias values. **Material and Methods:** A simulation study was carried out using the tetrachoric correlation approach proposed by Bonett and Price (2005). Using the Python-random library, data were obtained for 35 different n values in the range $10 \leq n \leq 1.000$ and 34,101 different 2x2 crosstabs were evaluated. Chi-square test was used to evaluate the statistical significance of the tetrachoric correlation values obtained according to different sample sizes, and $p < 0.05$ was considered statistically significant. **Results:** As the sample size increases, the confidence intervals move closer to the average tetrachoric correlation values, the confidence intervals narrow, and the percentage encountering a statistically significant relationship increases. For $n \geq 45$, the number of positive and/or negative significant association values becomes greater than the number of insignificant association values. The bias values are affected by the excessive differentiation of the value of one of the observed values compared to the others as the sample size increases. **Conclusion:** The value of the tetrachoric correlation coefficient and its confidence intervals depend on both the sample size and the observed values. Any extreme difference in the value of one of the observations compared to the others significantly affects the value of the tetrachoric correlation and increases the confidence interval. As the sample size increases, the percentage of associations that are statistically significant ($p < 0.05$) increases. Bias is not only affected by the increase in sample size, but also by the extreme difference in the value of one of the frequencies f_{11} , f_{12} , f_{21} ve f_{22} compared to the others as the sample size increases.

Keywords: Tetrachoric correlation; dichotomization of continuous scores; confidence interval estimation; binary variables

Correspondence: İsmet DOĞAN

^aAfyonkarahisar Sağlık Bilimleri Üniversitesi Tıp Fakültesi, Biyoistatistik ve Tıbbi Bilişim AD, Afyonkarahisar, Türkiye

E-mail: ismet.dogan@afsu.edu.tr

Peer review under responsibility of Türkiye Klinikleri Journal of Biostatistics.

Received: 22 Jul 2024 **Received in revised form:** 14 Nov 2024 **Accepted:** 14 Nov 2024 **Available online:** 06 Dec 2024

2146-8877 / Copyright © 2024 by Türkiye Klinikleri. This is an open access article under the CC BY-NC-ND license (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>).

İki sonuçlu değişkenler için ilişki tahminleri, modern istatistiğin başlangıcından beri çalışılan bir konudur. Değişkenler arasındaki ilişki çoğu bilimsel disiplinde temel ilgi alanıdır ve iki sonuçlu değişkenler çok çeşitli uygulamalarda ortaya çıkar. Her biri iki sonuçlu iki farklı değişken arasındaki korelasyon phi katsayısı kullanılarak tahmin edilir. Ancak bazı durumlarda iki sonuçlu veriler yapaydır. Yapay olarak iki sonuçlu isimsel iki değişkene dönüştürülmüş normal dağılıma sahip olan sürekli iki değişkenden hesaplanan korelasyona tetrakorik korelasyon denir. Hem phi katsayısı hem de tetrakorik korelasyon Pearson korelasyonunun özel durumlarıdır.¹ Özünde tetrakorik korelasyon katsayısı sıradan bir korelasyon katsayısıdır ve Pearson tarafından bir asır önce istatistiğe kazandırılmış bir kavramdır. Yıllar geçtikçe, anlamı ve kullanımına ilişkin sezgi ve his büyük ölçüde gelişmiştir. Uygulamada, tetrakorik korelasyon katsayısının gizli (latent) değişkenler arasındaki Pearson korelasyon katsayısının bir tahmini olduğu gösterilmiştir.² Tetrakorik korelasyon katsayısının değerlendirilmesinde:

- Nitel puanların altında yatan nicel bir ölçüt olduğu,
- Altta yatan nicel puanların iki değişkenli dağılımının normal olduğu,

şeklinde belirtilen iki temel varsayım söz konusudur. Ancak ikinci varsayım tüm durumlar için doğrulanmamış, iki değişken normal dağılıma sahip olsa bile ortak dağılımlarının normal olmayabileceği gösterilmiştir. Bununla birlikte, iki değişkenli bir dağılımın her zaman normale dönüştürülebileceği ve böylelikle tetrakorik korelasyonun değerlendirildiği dikotominin korunacağı ileri sürülerek tetrakorik korelasyonun, dönüştürülen değişkenlerin Pearson korelasyon katsayısının bir tahminini vereceği ileri sürülmüştür. 2x2 çapraz tablolar için iki değişkenli dağılımın normalligi her zaman doğrulanamadığından, ortak dağılımın biçiminin tetrakorik korelasyon katsayısının değerlendirilmesi üzerinde herhangi bir etkisinin olup olmadığının belirlenmesinin gerektiği belirtilmiştir. Çünkü bazı hesaplamalar önemli farklılıklar olabileceğini göstermiştir.³ Tetrakorik korelasyon katsayısının gizli (latent) değişkenler arasındaki Pearson korelasyon katsayısının tahmini olması, yanlılık ile olayın olasılığı arasında doğal ve uygun bir bilgi bölünmesi anlamına gelir.⁴ Tipik olarak her biri iki sonuca sahip iki bağımsız değişken arasındaki korelasyonu tahmin etmek için kullanılmasına rağmen, değerlendirici uyumunu ölçmek için de kullanılmıştır. Bu amaç için bazı araştırmacılar tarafından Cohen Kappa katsayısına tercih edilmiştir. Tetrakorik korelasyon katsayısı, hesaplamak için gerekli olan kapsamlı hesaplamalar nedeniyle kullanışlılığına rağmen popüler bir istatistik olmamıştır.⁵ Çeşitli verileri temsil etmek için iki sonuçlu nitel veriler yaygın olarak kullanılmaktadır. Tetrakorik korelasyon katsayısı var/yok, doğru/yanlış veya evet/hayır gibi iki sonuçlu nitel veriler mevcut olduğunda kullanılır ve bu nedenle nominal ölçek için uygundur. n kişiden oluşan bir örneklemede ilgilenilen olayların her biri iki sonuçlu değişken üzerinde ölçüldüğünde, örneklem verileri f_{ij} i'nci satır, j'inci sütündeki gözlenen değerleri göstermek üzere [Tablo 1](#)'de gösterildiği gibi 2x2'lik bir çapraz tabloda özetlenebilir.

TABLO 1: 2x2 çapraz tablo.

		X	
		X_1	X_2
Y	Y_1	f_{11}	f_{12}
	Y_2	f_{21}	f_{22}

İki sonuçlu değişkenler için ilişki tahminleri birçok durumda faydalıdır. Örneğin tıpta, birçok olgu yalnızca iki sonuçlu değişkenler kullanılarak güvenilir bir şekilde ölçülebilir. B hastalığının varlığı veya yokluğuna göre n hastadan oluşan bir örneklemin tanısal sınıflandırma sonucunun ele alındığı bir tıbbi araştırmada, ilk klinik test ile sonraki kesin tanı sonuçlarına göre 2x2'lik bir tablo oluşturularak klinik test ile tedavi arasındaki ilişkinin ortaya konulmasında tetrakorik korelasyon kullanılabilir. Veriler genellikle

2×2 çapraz tablolar şeklinde sunulur. Tetrakorik korelasyon katsayısı normal dağılıma sahip iki değişkene ait doğrusal korelasyon iken phi katsayısı iki kesikli değişkene ait doğrusal korelasyondur.⁶ Literatürde, iki sonuçlu nitel veriler için kullanılması önerilen tetrakorik korelasyon katsayısı ele alınmıştır. Ancak örneklem büyüklüğünün tetrakorik korelasyon katsayısının değeri, güven aralığı ve yanlılık değerleri üzerindeki etkilerini detaylı olarak inceleyen bir çalışma bulunmamaktadır. Çalışmanın amacı, farklı örneklem büyüklüklerinin tetrakorik korelasyon katsayısının değeri, güven aralığı ve yanlılık değerleri üzerindeki etkilerini belirlemektir. Çalışmada Helsinki Deklarasyonu'nun prensipleri göz önünde bulundurulmuştur.

GEREÇ VE YÖNTEMLER

Örneklem büyüklüğü, bir korelasyon çalışmasının tasarımındaki en önemli konulardan biridir.⁷ Çalışmada, Python'un random kütüphanesi kullanılarak 10-1.000 arasında yer alan 35 farklı n değeri için veri türetilmiştir. Veri üretim sürecine ilişkin programımızda kullanılan simülasyon yönteminin detayları aşağıda sunulmuştur:

Adım 1: Veri üretimi için gereken bilgiler (toplam üretilmek istenen veri sayısı, her kategori için atanacak değerlerin toplamı ve kategori sayısı) programa girilir.

Adım 2: Python'un random kütüphanesindeki choice fonksiyonu kullanılarak rastgele bir kategori seçilir.

Adım 3: Choice fonksiyonu tekrar kullanılarak seçilen kategori için 0 ile belirlenen toplam değer arasında rastgele bir tam sayı seçilir. Örneğin, eğer toplam değer 30 ise [0, 30] aralığında rastgele bir tam sayı seçilir.

Adım 4: Tüm kategoriler için 2. ve 3. adımlar tekrarlanır. Her bir kategori için rastgele bir tam sayı seçildikten sonra, bu sayıların toplamı kontrol edilir. Eğer toplam, istenilen toplamdan fazla ise veri geçersiz kabul edilir ve işlem yeniden başlatılır. Son kategoriye atanacak tam sayı, istenilen toplamdan mevcut toplamın çıkarılmasıyla hesaplanır.

Adım 5: Türetilen verinin daha önce türetilip türetilmediği kontrol edilir. Eğer aynı veri daha önce türetilmişse, bu veri setine eklenmez.

Adım 6: İstenilen toplam veri sayısına ulaşana kadar, program bir döngü içinde adım 1'den itibaren tekrar çalıştırılır. Bu çalışmada, standartlaştırma amacıyla her bir örneklem büyüklüğü için 1.000 veri türetilmesi planlanmıştır. Ancak, toplamı 10 ve 15 olan ve tekrar etmeyen 1.000 veri bulmak imkânsız olduğundan, $n=10$ için 286 ve $n=15$ için 815 veri olmak üzere toplamda 34.101 farklı veri hesaplamalarda kullanılmıştır.

Adım 7: Son olarak, türetilen veriler kullanılarak basit bir Excel (Microsoft Corporation, ABD) uygulaması ile tetrakorik korelasyon ve ki-kare değerleri hesaplanır.

Pearson (1900) tarafından önerilen uzun formülden tetrakorik korelasyonu hesaplamının zorluğu nedeniyle yıllar boyunca tetrakorik korelasyona hesaplama açısından basit yaklaşımlar bulmaya odaklanılmış ve 4 tanesi Pearson (1900) tarafından olmak üzere 10 farklı formül önerilmiştir.^{8,9} Önerilen formüllerin hemen tamamında $f_{11} * f_{22}$ ve $f_{01} * f_{10}$ çarpımları kullanılmaktadır. Dolayısıyla özellikle küçük örneklemelerde karşılaşılan $f_{11} * f_{22} = f_{10} * f_{01} = 0$ olması durumunda tetrakorik korelasyon katsayısının değeri hesaplanamamaktadır. Bu durumdan kurtulmak için Bonett ve Price (2005) tarafından gözlenen değerlerden (f_{ij}) herhangi birinin sıfır olması durumunda gözlenen değerlere 0,5 eklenmesi önerilmiştir. Üstelik tetrakorik korelasyon katsayısının güven aralığının kapsama olasılığının her bir hücre frekansına 0,5 eklenerek önemli ölçüde iyileştirildiği ve güven aralığının çok daha iyi performans gösterdiği belirtilmiştir. Tetrakorik korelasyon katsayısının hesaplanması için önerilen formüllerden biri olan ve çalışmada kullanılan formül Eşitlik 1'de verilmiştir.⁷

$$\hat{\rho} = \cos\left(\frac{\pi}{1 + \hat{\omega}^{\hat{c}}}\right) \dots \dots \dots (1)$$

$$\pi = 3,14$$

$$\hat{\omega} = \frac{(f_{11} + 0,5)(f_{22} + 0,5)}{(f_{12} + 0,5)(f_{21} + 0,5)}$$

$$\hat{c} = \left[1 - \frac{|p_{1+} - p_{+1}|}{5} - (0,5 - p_{min})^2\right]/2$$

$$p_{1+} = \frac{(f_{11} + f_{12})}{n}$$

$$p_{+1} = \frac{(f_{11} + f_{21})}{n}$$

$$p_{min} = \min(p_{1+}, p_{+1})$$

Farklı örneklem büyüklükleri için tetrakorik korelasyon katsayısına ait %95 güven aralığının alt ve üst sınırlarının tahmin edilmesinde sırasıyla Eşitlik 2 ve Eşitlik 3 kullanılmıştır.⁷

$$Alt\ Sınır = \cos\left(\frac{\pi}{1 + L\hat{c}}\right) \dots \dots \dots (2)$$

$$Üst\ Sınır = \cos\left(\frac{\pi}{1 + U\hat{c}}\right) \dots \dots \dots (3)$$

$$L = \exp[\ln\hat{\omega} - z_{\alpha/2}se(\ln\hat{\omega})]$$

$$U = \exp[\ln\hat{\omega} + z_{\alpha/2}se(\ln\hat{\omega})]$$

$$se(\ln\hat{\omega}) = \sqrt{\frac{1}{f_{11} + 0,5} + \frac{1}{f_{12} + 0,5} + \frac{1}{f_{21} + 0,5} + \frac{1}{f_{22} + 0,5}}$$

Genel bir kural olarak, örneklem büyüklüğü arttıkça değişkenlik azalır ve tahmin aralığı daralır, bu da tahminlerin daha kesin olmasını sağlar. Öte yandan, daha küçük örneklemle tahmin aralığı genellikle daha geniş olur; bu da daha fazla değişkenlik ve daha düşük kesinlik anlamına gelir.¹⁰ 2x2 çapraz tablolar için yanlılık (bias), $p_{ij} = f_{ij}/n$ göreli frekansları göstermek üzere Eşitlik 4 ile verilen formül kullanılarak hesaplanmıştır.²

$$Yanlılık\ (Bias) = \frac{p_{11} + p_{12}}{p_{11} + p_{21}} \dots \dots \dots (4)$$

BULGULAR

Farklı örneklem büyüklükleri için Eşitlik 1 kullanılarak elde edilen tetrakorik korelasyon katsayısı, Eşitlik 2-3 kullanılarak elde edilen %95 güven aralığına ait alt ve üst sınırlar ile Eşitlik 4 kullanılarak elde edilen yanlılık değerleri [Tablo 2](#)'de verilmiştir.

[Tablo 2](#)'de görüldüğü üzere, örneklem büyüklüğü arttıkça güven aralıkları ortalama tetrakorik korelasyon değerlerine yaklaşmakta, güven aralıkları daralmaktadır. Her bir örneklem büyüklüğü için yanlılık hesaplamaları yapılmış ancak yanlılığın örneklem büyüklüğünden ziyade örneklem büyüklüğünün artması ile birlikte f_{11} , f_{12} , f_{21} ve f_{22} frekanslarının herhangi birinin diğerlerinden aşırı derecede farklılaşmasından etkilendiği belirlenmiştir. Çalışmada kullanılan her bir çapraz tablo için ki-kare değerleri hesaplanmıştır. Elde edilen ki-kare değerleri serbestlik derecesi 1(bir) ve $\alpha = 0,05$ için kritik tablo değeri olan 3,84 değeri ile karşılaştırılmıştır. $ki - kare \geq 3,84$ değerleri için tetrakorik korelasyon katsayısı önemli kabul edilmiş, elde edilen sonuçlar [Tablo 3](#)'te verilmiştir.

TABLO 2: Gözlem sayılarına göre tetrakorik korelasyon ve yanlılık değerleri ile güven aralıkları.

n	Temel istatistikler	Tetrakorik korelasyon	Yanlılık (Bias) değeri	%95 Güven aralığı		Üst sınır-Alt sınır
				Alt sınır	Üst sınır	
10	Minimum	-0,9660	0,00	-0,9990	-0,2680	0,7290
	Maksimum	0,9660	10,00	0,2700	0,9990	1,8190
	Ortalama	0,007776	1,4040	-0,685161	0,684269	1,369430
	Standart sapma	0,5422082	1,53650	0,3019799	0,3069314	0,2303492
15	Minimum	-0,9810	0,00	-1,0000	-0,5260	0,4660
	Maksimum	0,9830	15,00	0,5340	1,0000	1,8130
	Ortalama	0,005679	1,4827	-0,608572	0,609793	1,218364
	Standart sapma	0,5586549	1,81722	0,3651223	0,3663754	0,2645428
20	Minimum	-0,9860	0,00	-1,0000	-0,6480	0,3180
	Maksimum	0,9900	18,00	0,6820	1,0000	1,8060
	Ortalama	0,011353	1,5200	-0,551284	0,562525	1,113809
	Standart sapma	0,5620338	1,91981	0,3982352	0,3940919	0,2689945
25	Minimum	-0,9930	0,00	-1,0000	-0,7640	0,2310
	Maksimum	0,9930	23,00	0,7690	1,0000	1,8060
	Ortalama	0,022453	1,5393	-0,502187	0,530917	1,033104
	Standart sapma	0,5670982	2,22760	0,4334678	0,4259564	0,2927627
30	Minimum	-0,9930	0,00	-1,0000	-0,7980	0,1750
	Maksimum	0,9950	28,00	0,8250	1,0000	1,8010
	Ortalama	-0,027477	1,6474	-0,502797	0,455336	0,958133
	Standart sapma	0,5678518	2,50198	0,4360018	0,4554022	0,2857368
35	Minimum	-0,9890	0,00	-1,0000	-0,7990	0,1410
	Maksimum	0,9960	34,00	0,8590	1,0000	1,8010
	Ortalama	-0,006806	1,5467	-0,454434	0,446801	0,901235
	Standart sapma	0,5779377	2,45230	0,4673898	0,4664949	0,2858508
40	Minimum	-0,9970	0,00	-1,0000	-0,8900	0,1100
	Maksimum	0,9900	31,00	0,8300	1,0000	1,8010
	Ortalama	0,006475	1,4427	-0,423448	0,432077	0,855525
	Standart sapma	0,5706931	2,12995	0,4735818	0,4749098	0,2899308
45	Minimum	-0,9920	0,00	-1,0000	-0,8620	0,1210
	Maksimum	0,9960	35,00	0,8790	1,0000	1,6950
	Ortalama	0,006793	1,4213	-0,393580	0,404228	0,797808
	Standart sapma	0,5828616	1,93763	0,4880561	0,4886443	0,2639278
50	Minimum	-0,9970	0,00	-1,0000	-0,9120	0,0880
	Maksimum	0,9960	22,50	0,8890	1,0000	1,6270
	Ortalama	0,001077	1,4257	-0,378508	0,378242	0,756750
	Standart sapma	0,5937576	1,69644	0,5057578	0,5071605	0,2648402
55	Minimum	-0,9980	0,00	-1,0000	-0,9350	0,0640
	Maksimum	0,9980	45,00	0,9360	1,0000	1,7460
	Ortalama	0,009105	1,5055	-0,356864	0,366496	0,723360
	Standart sapma	0,5906792	2,28420	0,5137536	0,5165044	0,2679480
60	Minimum	-0,9980	0,02	-1,0000	-0,9370	0,0600
	Maksimum	0,9980	29,00	0,9400	1,0000	1,7940
	Ortalama	0,013527	1,4913	-0,344210	0,365496	0,709706
	Standart sapma	0,5768304	1,88328	0,5084633	0,5007244	0,2556862
65	Minimum	-0,9970	0,02	-1,0000	-0,9210	0,0500
	Maksimum	0,9990	43,00	0,9500	1,0000	1,7520
	Ortalama	-0,010127	1,5739	-0,351449	0,335143	0,686592
	Standart sapma	0,5796950	2,76582	0,5045405	0,5126343	0,2469256

70	Minimum	-0,9930	0,00	-1,0000	-0,9010	0,0410
	Maksimum	0,9990	67,00	0,9590	1,0000	1,5920
	Ortalama	-0,022912	1,4819	-0,344539	0,303708	0,648247
	Standart sapma	0,5883797	2,78882	0,5171663	0,5308029	0,2445217
75	Minimum	-0,9990	0,03	-1,0000	-0,9560	0,0420
	Maksimum	0,9990	56,00	0,9580	1,0000	1,7730
	Ortalama	0,012849	1,5075	-0,304547	0,325143	0,629690
	Standart sapma	0,5944561	2,56087	0,5357361	0,5288962	0,2483705
80	Minimum	-0,9940	0,05	-1,0000	-0,9290	0,0390
	Maksimum	0,9990	28,00	0,9610	1,0000	1,6470
	Ortalama	-0,005890	1,5420	-0,313335	0,301381	0,614716
	Standart sapma	0,5852762	2,19754	0,5263562	0,5290058	0,2382182
85	Minimum	-0,9960	0,02	-1,0000	-0,9360	0,0640
	Maksimum	0,9950	67,00	0,9170	1,0000	1,7920
	Ortalama	0,007935	1,7127	-0,298828	0,310409	0,609237
	Standart sapma	0,5887276	3,45237	0,5267196	0,5331380	0,2393635
90	Minimum	-0,9970	0,00	-1,0000	-0,9500	0,0390
	Maksimum	0,9980	52,00	0,9610	1,0000	1,5450
	Ortalama	0,012400	1,6241	-0,278631	0,299537	0,578168
	Standart sapma	0,5973667	3,39427	0,5440492	0,5443927	0,2368856
95	Minimum	-0,9980	0,02	-1,0000	-0,9500	0,0500
	Maksimum	0,9980	30,67	0,9370	1,0000	1,7850
	Ortalama	0,011443	1,5057	-0,277651	0,296502	0,574153
	Standart sapma	0,6014527	2,26287	0,5469745	0,5486786	0,2403521
100	Minimum	-0,9990	0,00	-1,0000	-0,9750	0,0250
	Maksimum	0,9990	20,33	0,9740	1,0000	1,7960
	Ortalama	-0,022989	1,4785	-0,296796	0,257380	0,554176
	Standart sapma	0,5946655	1,81732	0,5458775	0,5464580	0,2341071
125	Minimum	-0,9980	0,02	-1,0000	-0,9690	0,0270
	Maksimum	0,9990	40,00	0,9730	1,0000	1,7830
	Ortalama	0,000908	1,5656	-0,249832	0,255342	0,505174
	Standart sapma	0,5879502	2,64998	0,5555141	0,5453565	0,2259849
150	Minimum	-0,9970	0,02	-1,0000	-0,9570	0,0260
	Maksimum	0,9990	16,75	0,9740	1,0000	1,4630
	Ortalama	0,004673	1,4093	-0,225922	0,233717	0,459639
	Standart sapma	0,5928714	1,49749	0,5546804	0,5554707	0,1932892
175	Minimum	-0,9970	0,02	-1,0000	-0,9630	0,0220
	Maksimum	0,9980	48,00	0,9770	1,0000	1,4420
	Ortalama	-0,021282	1,5555	-0,233415	0,195784	0,429199
	Standart sapma	0,5916758	2,48833	0,5622512	0,5627267	0,1972526
200	Minimum	-0,9990	0,01	-1,0000	-0,9840	0,0090
	Maksimum	1,0000	51,67	0,9910	1,0000	1,5890
	Ortalama	0,032815	1,5418	-0,169757	0,234563	0,404320
	Standart sapma	0,5815177	2,52558	0,5640034	0,5463189	0,1844410
225	Minimum	-0,9980	0,02	-1,0000	-0,9750	0,0170
	Maksimum	0,9980	45,00	0,9820	1,0000	1,5660
	Ortalama	-0,014451	1,5290	-0,200991	0,170919	0,371910
	Standart sapma	0,6000653	2,98182	0,5718311	0,5792272	0,1751997

250	Minimum	-0,9970	0,02	-1,0000	-0,9760	0,0160
	Maksimum	0,9980	38,50	0,9840	1,0000	1,3480
	Ortalama	-0,017068	1,4927	-0,194180	0,164036	0,358216
	Standart sapma	0,5921485	2,24290	0,5724041	0,5682264	0,1679530
300	Minimum	-0,9980	0,02	-1,0000	-0,9780	0,0090
	Maksimum	0,9990	34,00	0,9910	1,0000	1,3520
	Ortalama	-0,020539	1,3720	-0,179591	0,141739	0,321330
	Standart sapma	0,6049818	1,86754	0,5856711	0,5860062	0,1478969
350	Minimum	-0,9990	0,01	-1,0000	-0,9860	0,0140
	Maksimum	0,9970	40,43	0,9780	1,0000	1,3770
	Ortalama	-0,015384	1,4782	-0,167793	0,140856	0,308649
	Standart sapma	0,6047660	2,13076	0,5859761	0,5885065	0,1578415
400	Minimum	-0,9960	0,04	-0,9990	-0,9840	0,0050
	Maksimum	0,9990	23,00	0,9950	1,0000	1,2200
	Ortalama	0,002381	1,5229	-0,141558	0,145703	0,287261
	Standart sapma	0,5976414	1,90646	0,5794537	0,5846088	0,1425301
450	Minimum	-1,0000	0,05	-1,0000	-0,9990	0,0010
	Maksimum	0,9990	72,40	0,9920	1,0000	1,1290
	Ortalama	0,029247	1,6149	-0,105282	0,162683	0,267965
	Standart sapma	0,5856079	3,46215	0,5774872	0,5681438	0,1307141
500	Minimum	-0,9990	0,02	-1,0000	-0,9900	0,0050
	Maksimum	0,9990	37,23	0,9950	1,0000	1,3110
	Ortalama	-0,009806	1,6903	-0,145620	0,126298	0,271918
	Standart sapma	0,5802060	2,61644	0,5675500	0,5662144	0,1421472
600	Minimum	-0,9990	0,03	-1,0000	-0,9920	0,0080
	Maksimum	0,9980	23,83	0,9910	1,0000	1,3100
	Ortalama	0,026507	1,4281	-0,089234	0,142610	0,231844
	Standart sapma	0,5933683	1,73936	0,5869553	0,5817526	0,1198005
700	Minimum	-0,9970	0,01	-0,9990	-0,9910	0,0080
	Maksimum	0,9980	32,29	0,9880	1,0000	1,3800
	Ortalama	0,002335	1,4369	-0,108648	0,112976	0,221624
	Standart sapma	0,6042744	2,06242	0,5945965	0,5938074	0,1320195
800	Minimum	-0,9940	0,01	-0,9990	-0,9870	0,0060
	Maksimum	0,9990	18,50	0,9940	1,0000	1,0870
	Ortalama	0,032169	1,3650	-0,072004	0,133048	0,205052
	Standart sapma	0,5976627	1,59002	0,5888888	0,5906287	0,1091494
900	Minimum	-0,9960	0,01	-1,0000	-0,9830	0,0050
	Maksimum	0,9980	134,25	0,9940	1,0000	1,1230
	Ortalama	0,005787	1,6176	-0,092296	0,104797	0,197093
	Standart sapma	0,5754271	5,61885	0,5705575	0,5667429	0,1051975
1000	Minimum	-0,9990	0,06	-1,0000	-0,9980	0,0020
	Maksimum	0,9980	33,52	0,9780	1,0000	0,8990
	Ortalama	-0,010419	1,4457	-0,102792	0,081254	0,184046
	Standart sapma	0,5979390	2,01540	0,5880999	0,5939294	0,0956175
Genel	Minimum	-1,0000	0,00	-1,0000	-0,9990	0,0010
	Maksimum	1,0000	134,25	0,9950	1,0000	1,8190
	Ortalama	0,001582	1,5144	-0,279873	0,281820	0,561692
	Standart sapma	0,5870967	2,50961	0,5516486	0,5511241	0,3564922

TABLO 3: Gözlem sayılarına göre tetrakorik korelasyon anlamlılık yüzdeleri.

n	Tetrakorik korelasyon				
	Hesaplanamadı	Pozitif		Negatif	
		Önemli	Önemsiz	Önemli	Önemsiz
10	14,0	10,8	35,0	10,8	29,4
15	7,2	14,5	31,9	14,5	31,9
20	4,2	17,7	30,5	16,3	31,3
25	3,7	20,2	28,6	19,1	28,4
30	2,0	18,8	28,6	24,0	26,6
35	1,4	22,8	25,6	23,4	26,8
40	1,4	24,5	25,3	23,4	25,4
45	0,8	25,7	25,2	26,0	22,3
50	0,5	27,5	22,2	27,8	22,0
55	0,6	26,8	23,3	28,3	21,0
60	0,7	28,3	21,4	27,6	22,0
65	0,3	28,9	20,6	29,9	20,3
70	0,4	28,6	20,0	31,7	19,3
75	0,4	30,3	20,6	31,5	17,2
80	0,2	29,4	19,3	31,9	19,2
85	0,1	32,8	18,2	31,7	17,2
90	0,1	32,2	19,5	31,6	16,6
95	0,4	33,6	17,5	33,4	15,1
100	0,4	30,8	15,8	34,9	18,1
125	0,1	33,4	15,9	33,6	17,0
150	-	36,1	13,8	36,3	13,8
175	-	34,6	13,3	37,0	15,1
200	-	37,4	13,9	34,2	14,5
225	0,1	37,1	11,6	40,1	11,1
250	-	37,1	11,0	40,7	11,2
300	-	39,3	9,6	42,0	9,1
350	-	40,1	8,3	42,8	8,8
400	-	41,7	8,8	40,0	9,5
450	-	42,6	9,8	39,7	7,9
500	-	39,2	10,8	42,0	8,0
600	-	44,6	8,1	39,9	7,4
700	-	41,9	8,3	42,3	7,5
800	-	45,3	7,1	41,4	6,2
900	-	42,7	6,8	42,4	8,1
1000	-	44,2	5,8	44,6	5,4
Genel	0,8	32,6	17,0	33,0	16,5

[Tablo 3](#)'ten de görüldüğü üzere $n \geq 45$ için pozitif ve/veya negatif önemli ilişki değerlerinin sayısı önemsiz ilişki değerlerinin sayısından fazla hâle gelmektedir. Örneklem büyüklüğü arttıkça istatistiksel olarak önemli ilişki ile karşılaşma yüzdesi artmaktadır. Her bir örneklem büyüklüğü için phi katsayısı hesaplanmış, istatistiksel önemlilik bakımından tetrakorik korelasyon katsayısı ve phi katsayısı karşılaştırılmıştır. Karşılaştırmalarda phi katsayısı için değişkenler arasında çok güçlü negatif ilişki olarak belirtilen $phi \leq -0,7$ ve çok güçlü pozitif ilişki olarak belirtilen $phi \geq 0,7$ değerleri önemli olarak kabul edilmiştir. Elde edilen sonuçlar [Tablo 4](#)'te verilmiştir.

TABLO 4: Gözlem sayılarına göre tetrakorik korelasyon, phi katsayısı ve önemlilik yüzdeleri.

n	Phi-katsayısı	Tetrakorik korelasyon	Durum 1	Durum 2	Durum 3	Durum 4
10	0,000±0,516	0,008±0,542	74,8	0,0	8,1	17,1
15	0,000±0,476	0,006±0,559	68,8	0,0	15,9	15,3
20	0,004±0,446	0,011±0,562	64,5	0,0	24,6	10,9
25	0,011±0,440	0,022±0,567	59,2	0,0	28,8	12,0
30	-0,028±0,426	-0,027±0,568	56,3	0,0	33,5	10,2
35	-0,006±0,428	-0,007±0,578	53,2	0,0	36,4	10,3
40	0,000±0,416	0,006±0,571	51,4	0,0	38,9	9,6
45	0,001±0,421	0,007±0,583	47,9	0,0	42,1	10,0
50	-0,003±0,429	0,001±0,594	44,5	0,0	45,3	10,2
55	0,000±0,431	0,009±0,591	44,6	0,0	43,8	11,7
60	0,004±0,412	0,014±0,577	43,7	0,0	47,1	9,2
65	-0,011±0,408	-0,010±0,580	41,0	0,0	50,5	8,5
70	-0,022±0,417	-0,023±0,588	39,5	0,0	51,6	8,9
75	0,006±0,423	0,013±0,594	38,1	0,0	50,9	11,0
80	-0,009±0,412	-0,006±0,585	38,6	0,0	52,1	9,3
85	-0,002±0,407	0,008±0,589	35,4	0,0	55,5	9,1
90	0,004±0,421	0,012±0,597	36,1	0,0	53,1	10,8
95	0,002±0,415	0,011±0,601	32,8	0,0	58,1	9,0
100	-0,018±0,417	-0,023±0,595	34,0	0,0	55,9	10,0
125	0,002±0,410	0,001±0,588	33,0	0,0	57,3	9,7
150	-0,002±0,403	0,005±0,593	27,6	0,0	65,0	7,4
175	-0,016±0,409	-0,021±0,592	28,4	0,0	63,0	8,6
200	0,023±0,400	0,033±0,582	28,5	0,0	63,0	8,5
225	-0,017±0,412	-0,014±0,600	22,7	0,0	68,7	8,6
250	-0,012±0,405	-0,017±0,592	22,2	0,0	70,2	7,6
300	-0,014±0,411	-0,021±0,605	18,7	0,0	73,5	7,8
350	-0,015±0,410	-0,015±0,605	17,2	0,0	73,9	8,9
400	-0,006±0,401	0,002±0,598	18,3	0,0	73,7	8,0
450	0,020±0,403	0,029±0,586	17,8	0,0	73,4	8,8
500	-0,010±0,386	-0,010±0,580	18,8	0,0	73,7	7,5
600	0,016±0,408	0,027±0,593	15,5	0,0	74,8	9,7
700	0,000±0,405	0,002±0,604	15,8	0,0	76,1	8,1
800	0,014±0,404	0,032±0,598	13,3	0,0	78,6	8,1
900	0,004±0,387	0,006±0,575	14,9	0,0	77,7	7,4
1000	-0,016±0,400	-0,010±0,598	11,2	0,0	81,2	7,6
Genel	-0,003±0,415	0,002±0,587	33,9	0,0	56,7	9,4

Aritmetik ortalama±standart sapma; Durum 1: Tetrakorik korelasyon önemsiz-phi katsayısı önemsiz; Durum 2: Tetrakorik korelasyon önemsiz-phi katsayısı önemli; Durum 3: Tetrakorik korelasyon önemli-phi katsayısı önemsiz; Durum 4: Tetrakorik korelasyon önemli-phi katsayısı önemli.

[Tablo 4](#)'ten de görüldüğü üzere hemen hemen tüm örneklem büyüklükleri için ilişkinin yönü benzer olmakla birlikte tetrakorik korelasyon katsayısı phi katsayısından büyük değerler almaktadır. Örneklem büyüklüğü arttıkça her iki katsayının da önemsiz olduğu durum sayısı azalmakta, tetrakorik korelasyonun önemli, phi katsayısının önemsiz olduğu durum sayısı ise artmaktadır. Tetrakorik korelasyon önemsiz-phi katsayısı önemli durumu hiçbir örneklem büyüklüğü için söz konusu değildir. Özellikle $n \geq 65$ olması durumunda tetrakorik korelasyon önemli hâle gelmektedir.

TARTIŞMA

Tetrakorik korelasyon katsayısı, Pearson (1900) tarafından sürekli değişkenler iki sonuçlu formda temsil edildiğinde aralarındaki korelasyonu tahmin etmek için geliştirilmiştir. El-Hashash ve El-Absy tarafından yapılan çalışmada 7 farklı yöntem ele alınmış ve tüm yöntemlerin birbirleriyle tutarlı bir şekilde ilişkili olduğu ve aralarında anlamlı bir farklılık olmadığı belirtilmiştir.⁹ Değişkenler arasındaki gerçek ilişkiyi temsil eden phi katsayısı yerine çoğunlukla tetrakorik korelasyon katsayısı yorumlanır. Tetrakorik korelasyon, sürekli değişkenlerin marjinal dağılımlarının şekillerine karşı duyarsızdır. Örneklem büyüklüğünün artırılması tetrakorik korelasyon ile ilgili hem yanlışlığı hem de hatayı azaltır.¹¹ Tetrakorik korelasyon, 2x2 çapraz tablosundaki korelasyonun maksimum olabilirlik tahminidir. Tetrakorik korelasyonun yanlış olduğu sayısal olarak gösterilmiş ve yanlışlığın 2x2 çapraz tablodaki hücrelerden birinin beklenen frekansı sıfıra yakın olduğunda en şiddetli olduğu belirtilmiştir. Eğer hiçbir frekans 5'ten az değilse, yanlışlık ihmal edilebilir düzeydedir.¹² Bu ölçü, çapraz tablonun yanlışlığına ya da marjinal frekanslarına bağlı değildir; bu da bilginin yanlışlık ve olayın olasılığı arasında doğal ve uygun bir şekilde bölünmesi anlamına gelir ve daha sonra diğer ilişki katsayılarının yanlışlık ve marjinal frekanslara nasıl bağlı olduğunun analiz edilmesine olanak tanır. Orta sıklıkta meydana gelen olaylara nazaran, nadir olaylar söz konusu olduğunda biraz daha düşük korelasyon değerleri elde edilebilir. Ancak, bu düşüş tetrakorik korelasyonun bir özelliğinden ziyade nadir olayların tahmin edilmesiyle ilgili zorlukların bir göstergesi olmalıdır. Sonuç olarak, değerlerinin anlaşılması yaygın olarak kullanılan korelasyon katsayılarından çok daha kolaydır ve çok kategorili tahminler söz konusu olduğunda boyutluluğun olası bir şekilde azaltılmasına olanak tanır.² Bilim insanları, örneklemde elde edilen bulgulardan, bu örneklemin temsil ettiği evren hakkında sonuçlar çıkarmak isterler ve güven aralıklarının hesaplanması bu tür çıkarımların yapılmasında oldukça faydalıdır. İstatistikler parametreye ait en muhtemel tahmini sunsalar da bunlar kesinlik taşımayan tahminlerdir. Güven aralığı, parametre değerinin bulunma olasılığı yüksek bir değer aralığı sunduğundan, bu belirsizliği ölçmek için bir yöntemdir. Ayrıca, istatistiksel anlamlılığın veya anlamsızlığın örneklem büyüklüğüne bağlı olup olmadığına dair bir gösterge olarak da kullanılabilir. Aralığın genişliği, tahmindeki değişkenlik miktarını gösterir ve bu tahminin alındığı örneklemin büyüklüğüne bağlıdır.¹⁰ Farklı örneklem büyüklükleri dikkate alınarak çalışmada elde edilen tetrakorik korelasyon katsayısı değerleri ve güven aralıkları ile ilgili bulgular literatür bilgileri ile paralellik göstermesine rağmen, yanlışlık değerlerinin literatürde belirtilenin aksine tek başına örneklem büyüklüğü ile ilgili olmadığı, örneklem büyüklüğünün artması ile birlikte 2x2 çapraz tabloda yer alan gözlem değerlerinden herhangi birinin değerinin diğerlerine göre aşırı derecede farklılaşmasından etkilendiği belirlenmiştir.

SONUÇ

Tetrakorik korelasyon katsayısının değeri ve güven aralıkları hem örneklem büyüklüğü hem de f_{11} , f_{12} , f_{21} ve f_{22} frekansları ile ilişkilidir. f_{11} , f_{12} , f_{21} ve f_{22} frekanslarından herhangi birinin değeri diğerlerine göre aşırı derecede farklılaşırsa tetrakorik korelasyonun değeri önemli ölçüde etkilenir, güven aralığı genişler. Örneklem büyüklüğü arttıkça güven aralıkları daralmakta, istatistiksel olarak anlamlı ($p < 0,05$) ilişki ile karşılaşma yüzdesi artmaktadır. Yanlışlık ise sadece örneklem büyüklüğünün artışından değil, aynı zamanda örneklem büyüklüğünün artması ile birlikte f_{11} , f_{12} , f_{21} ve f_{22} frekanslarından herhangi birinin değerinin diğerlerine göre aşırı derecede farklılaşmasından etkilenmektedir.

Finansal Kaynak

Bu çalışma sırasında, yapılan araştırma konusu ile ilgili doğrudan bağlantısı bulunan herhangi bir ilaç firmasından, tıbbi alet, gereç ve malzeme sağlayan ve/veya üreten bir firma veya herhangi bir ticari firmadan, çalışmanın değerlendirme sürecinde, çalışma ile ilgili verilecek kararı olumsuz etkileyebilecek maddi ve/veya manevi herhangi bir destek alınmamıştır.

Çıkar Çatışması

Bu çalışma ile ilgili olarak yazarların ve/veya aile bireylerinin çıkar çatışması potansiyeli olabilecek bilimsel ve tıbbi komite üyeliği veya üyeleri ile ilişkisi, danışmanlık, bilirkişilik, herhangi bir firmada çalışma durumu, hissedarlık ve benzer durumları yoktur.

Yazar Katkıları

Bu çalışma hazırlanırken tüm yazarlar eşit katkı sağlamıştır.

KAYNAKLAR

1. Demirtas H. A note on the relationship between the phi coefficient and the tetrachoric correlation under nonnormal underlying distributions. *Am Stat.* 2016;70(2):143-8. <https://doi.org/10.1080/00031305.2015.1077161>
2. Juras J, Pasarić Z. Application of tetrachoric and polychoric correlation coefficients to forecast verification. *Geofizika.* 2006;23(1):59-82. https://www.researchgate.net/publication/228779629_Application_of_tetrachoric_and_polychoric_correlation_coefficients_to_forecast_verification
3. Vaswani S. Assumptions underlying the use of the tetrachoric correlation coefficient. *Sankhya: Indian J Stat.* 1950;10(3):269-76. <https://www.jstor.org/stable/25048031>
4. Noyan F, Gölbaşı Şimşek G. Tetrachoric correlation as a measure of default correlation. *Procedia-Soc Behav Sci.* 2012;62(8):1230-4. <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2012.09.210>
5. Long MA, Berry KJ, Mielke PW. Tetrachoric correlation: a permutation alternative. *Educ Psychol Meas.* 2009;69(3):429-37. doi:10.1177/0013164408324463
6. Ekström J. The phi-coefficient, the tetrachoric correlation coefficient, and the Pearson-Yule debate. UCLA: Department of Statistics, UCLA; 2011. <https://escholarship.org/uc/item/7qp4604r>
7. Bonett DG, Price RM. Inferential methods for the tetrachoric correlation coefficient. *J Educ Behav Stat.* 2005;30(2):213-25. <https://doi.org/10.3102/10769986030002213>
8. Pearson K. Mathematical contributions to the theory of evolution. VII. On the correlation of characters not quantitatively measurable. *Philos T R Soc Series A.* 1900;195:1-47. <https://archive.org/details/philtrans05420907>
9. El-Hashash EF, El-Absy KM. Methods for determining the tetrachoric correlation coefficient for binary variables. *Asian J Probab Stat.* 2018;2(3):1-12. <https://journalajpas.com/index.php/AJPAS/article/view/26>
10. O'Brien SF, Yi QL. How do I interpret a confidence interval? *Transfusion.* 2016;56(7):1680-3. PMID: 27184382.
11. Greer T, Dunlap WP, Beatty GO. A Monte Carlo evaluation of the tetrachoric correlation coefficient. *Educ Psychol Meas.* 2003;63(6):931-50. <https://doi.org/10.1177/0013164403251318>
12. Brown MB, Benedetti JK. On the mean and variance of the tetrachoric correlation coefficient. *Psychometrika.* 1977;42(3):347-55. <https://link.springer.com/article/10.1007/BF02293655>