Acil Servis Ünitelerinde Hasta Yoğunluğunun Analizi

Analysis of Patient Density in the Emergency Service Units

Mehmet GÜRCAN,[a]
Cemil ÇOLAK[b]

[a]İstatistik Bölümü,
Fırat Üniversitesi Fen Fakültesi,
Elazığ
[b]Biyoistatistik AD,
İnönü Üniversitesi Tıp Fakültesi,
Malatya

Geliş Tarihi/*Received:* 08.10.2010
Kabul Tarihi/*Accepted:* 21.12.2010

Yazışma Adresi/*Correspondence:*
Cemil ÇOLAK
İnönü Üniversitesi Tıp Fakültesi,
Biyoistatistik AD, Malatya,
TÜRKİYE/TURKEY
cemilcolak@yahoo.com

ÖZET Acil servis ünitelerinde servisin daha verimli çalışabilmesi, servis ve hastane imkanlarının daha optimum düzeyde kullanılabilmesi, toplum sağlığı açısından oldukça önemli bir konudur. Bir hastanede mevcut olan acil servis imkânlarının acil servise gelen hasta yoğunluğuna göre düzenlenebilmesi, servisin optimum kullanımını sağlayacaktır. Böylece servisin dolu olma zamanları en aza ineceğinden servise gelen acil hastalara hizmet verme imkânı en üst seviyeye çıkacaktır. Bu çalışmada, acil servis ünitesi bir stokastik hizmet sistemine uyarlanarak, hasta yoğunluğu analiz edilmiş ve sistem dolu olduğunda kaybolan hasta akımı incelenmiştir. Ayrıca, hipotetik bir veri yardımıyla acil servis ünitesine gelen hasta akımı oluşturularak, servis dolu olduğunda serviste doktor kontrolüne alınamadan ayrılan hastaların kaybolma olasılıkları incelenmiştir.

Anahtar Kelimeler: Acil servis; hasta yoğunluğu; stokastik servis sistemi, Kaybolma olasılıkları

ABSTRACT More efficient operation of the services and the use of hospital facilities in a more optimal level are very important in terms of public health in emergency service units. The arrangement of existing facilities of emergency services in a hospital according to density of patients will ensure optimum use of the services. Thus, because of minimizing the time for the service being full, the emergency service to patients will serve to maximize the opportunity. In this study, emergency service unit was adapted into a stochastic service system, in which patients have been analyzed. When the system was full, the flow of lost patients was examined. Additionally, the patient flow to emergency service unit was formed with the help of hypothetical data, and when the service was full, the loss probabilities of patients who were left without medical supervision were investigated.

Key Words: Emergency services; patient density; stochastic service systems; loss probability

Turkiye Klinikleri J Biostat 2011;3(1):14-22

Stokastik hizmet sistemlerinde yapılan araştırmalarda, sosyal içerikli konuların incelenmesi ve stokastik servis sistemleriyle analiz edilmesi son yıllarda yaygınlaşarak yoğun bir inceleme alanı haline gelmiştir. Stokastik servis sistemleri yapısı itibari ile parametrelerinin uygun seçilerek reel sistemlere adapte edilmesi, gerek teknolojik alanlarda gerekse diğer alanlarda uygulamalarının yapılması ve sonuçlarının değerlendirilmesi açısından istatistiksel alanda vazgeçilemeyen bir konudur. Bu konudaki ilk gelişmeler ve uygulama alanları daha çok endüstride yer alan üretim alanları olmuştur. İlerleyen yıllarda teknolojinin gelişmesiyle farklı alanlarda uygulama imkânı bulunsa da sosyal içerikli konuların incelenmesi son yıllara dayanmaktadır. Sosyal alanda gerçekleştirilen çalışmalara önemli ölçüde kaynak sağlayabilecek bir çalışma 1977 yılında yayınlanan J. Alpern'in araştırmalarıdır.[1] Özellikle Richard Larson, F. C. Mendonça, R. Morabito, I. N. Kovelanko, J. B. Atkinson vb. değerli araştırmacıların bu konuyla ilgili çalışmaları, stokastik servis sistemlerinin toplum sağlığı gibi sosyal içerikli alanlarda da uygulanabileceğini göstermiştir.[2-6]

Bir stokastik hizmet sisteminin reel uygulama alanında en önemli olan iki parametresi; müşteri geliş akımının ve hizmet süresinin belirlenmesidir. Geliş akımının ve hizmet sürelerinin çeşitliliğine göre stokastik servis sistemleri birbirlerinden farklılaşmaktadır. Ayrıca, hizmet veren kanal sayısı ve bekleme hattının sonlu olup olmayışı veya bekleme hattının hiç olmayışı gibi servis sisteminin yapısını ilgilendiren özellikler de stokastik hizmet sistemlerinin analizini değiştirmektedir. Reel sistemlerin tüm bu özellikleri ve birbirlerinden farklı yanları, stokastik hizmet sistemlerinin analizini geliştirerek bilinen haliyle bugünkü konuma getirmiştir.

Kuyruk modellerinde önemli bir parametre olan geliş akımlarının içerisinde Poisson geliş akımının önemli bir yeri bulunmaktadır. Poisson geliş akımında $[t, t+h]$ aralığında bir müşterinin gelme olasılığı $\lambda h + o(h)$, $\lambda > 0$ şeklinde $h > 0$ artımına göre lineer olup, aralığın başlangıç noktasından bağımsızdır. Burada $o(h)$ fonksiyonu aşağıdaki özelliği sağlamaktadır;

$$\lim_{h \to \infty} \frac{o(h)}{h} = 0$$

Ayrıca Poisson geliş akımında önemli olan diğer bir özellik de, gelişler arası sürelerin birbirinden bağımsız ve $\lambda > 0$ parametreli üstel dağılıma sahip olmasıdır. Geliş akımının Poisson olmadığı durumlarda kuyruk modeline geliş akımının analiz edilebilmesi için gelişler arası sürelerin birbirinden bağımsız ve aynı dağılıma sahip olduğu varsayılmaktadır. Bu şart altında gelişler arası sürelerin dağılımı aşağıdaki şekilde ifade edilir;

$$F(t) = 1 - \exp(-\int_0^t g(u)du)$$

Burada $g(t)$ fonksiyonu ile yine $[t, t+h]$ aralığında sisteme bir müşterinin gelme olasılığı gösterilmiştir. Geliş akımı burada olduğu gibi genel olduğunda dar bir zaman aralığında sisteme bir müşterinin gelme olasılığı, aralığın başlangıç noktasına bağlı olacak ve stokastik hizmet sistemi yukarıda verilen $F(t)$ fonksiyonu yardımı ile analiz edilecektir.

Geliş akımının Poisson ve hizmet süresinin $\mu > 0$ olduğu n tane hizmet kanalına sahip kayıp müşterili sistemlerde ise müşterinin kaybolma olasılığı ilk olarak Erlang tarafından aşağıdaki şekilde hesaplanmıştır;[7]

$$p_{loss} = \frac{\frac{\rho^n}{n!}}{\sum_{k=0}^{n} \frac{\rho^k}{k!}}$$

Burada ρ sistemin yükü olarak adlandırılıp $\rho = \lambda / \mu$ olarak alınmıştır.

Bu çalışmada, acil servis ünitesinin bir stokastik hizmet sistemine uyarlanması ve kurulan bu stokastik hizmet sisteminde hasta yoğunluğunun analiz edilmesi amaçlanmıştır. Hipotetik bir veri kullanılarak, acil servis ünitesine gelen hasta akımı oluşturulmuş ve stokastik hizmet sistemine ilişkin kayıp olasılıklarının hizmet kanallarının sayısına göre aldığı değerler hesaplanmaya çalışılmıştır.f

ACİL SERVİSTE GELİŞ AKIMININ İNCELENMESİ

Genel olarak stokastik hizmet sistemlerinde hizmet süreleri, hizmet veren kanalın çalışmasına bağlı olarak değişmekte ve geliş akımı tek bir parametre ile ifade edilmektedir. Bu durum acil servisin çalışma disiplinine uygun olmamakla beraber, acil servislerde hizmet süreleri çalışan doktordan daha çok, hizmet almak için gelen hastanın ön tedavisine bağlı olarak değişmektedir. Bu ise hizmet sürelerini sabit bir ortalama ile ifade etme kolaylığını ortadan kaldırmaktadır. Bu durumda hastaların geliş anları $t_1, t_2, \ldots$ olmak üzere; bu anlarda gelen her bir müşteri $(\lambda_1, \mu_1), (\lambda_2, \mu_2), \ldots$ parametreleri ile sisteme gelmektedir. Burada λ gelişler arası sürelerin ortalamasını, μ ise; gelen hastaların ortalama hizmet sürelerini göstermektedir. Doğal olarak hastaların gelişler arası ortalama süreleri ve hizmet süreleri gereken ön tedavilerinin türüne göre birkaç kategoriye ayrılabilir. Her hastaya farklı bir hizmet süresi verilmek yerine basit olarak kısa, orta ve uzun süreli tedaviler şeklinde hizmet süreleri sınıflandırılabilir. Bu sınıflama, acil servisin çalışma disiplinine ve hastanenin hizmet şekline göre artırılabilir. Eğer geliş akımları ve hizmet süreleri basit şekilde kategorize edilmişse, acil servise üç farklı geliş akımı ve acil serviste üç farklı ortalama hizmet süresi bulunmaktadır. Çalışma disiplini acil servis doktorlarının sayısına bağlı olarak değişebileceği gibi ortalama hizmet sürelerine bağlı olarak da düzenlenebilir. Acil servis doktorları, gelen hastanın ön tedavisine ayrılan ortalama hizmet süresine göre de iş bölümü yapabilmektedir. Bu paylaşımda gelen hasta öncelikli olarak kendi hizmet süresine göre ayrılmış olan doktordan hizmet almalıdır. Ancak gelen hastanın ortalama hizmet süresine göre hizmet veren bir doktor meşgul olduğunda hasta diğer doktorlardan da hizmet alabilmelidir.

Bu disipline göre; bir acil servis ünitesine gelen hastalar M tane ortalama ön tedavi süresine ayrılmış olsun. Bu durumda acil servis M tane geliş akımına sahip olacaktır. Çalışan doktor sayısı ise, $S \geq M$ olmak üzere; S tane olsun. Acil servise gelen hastanın servis dolu iken servisten hizmet alamadan ayrıldığını kabul edilsin. İlk gelen hastanın ilk hizmet alması koşulu altında, servise gelen hastanın kaybolma olasılığı hesaplanabilecektir. Acil servisin $t > 0$ anındaki durumunu her bir doktor için

$c_i = 0$ (*i*- inci doktor boş) veya $c_i = 1$ (*i*- inci doktor meşgul)

olmak üzere aşağıdaki vektör yardımıyla ifade edilebilir,[8]

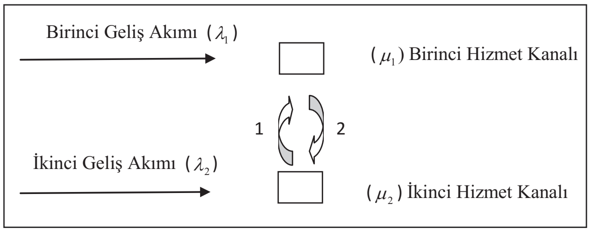
$$v(t) = (c_1, ..., c_s)$$

Herhangi bir $t > 0$ anında gelen hastanın hizmet alamadan ayrılması için tüm $c_i = 1$ olması gerekmektedir. $t > 0$ anında gelen hastanın kaybolma olasılığı ise $v(t)$'nin tüm mümkün durumlarından elde edilen denklemlerin çözümünden bulunabilir.

KAYBOLMA OLASILIĞININ HESAPLANMASI

Stokastik servis sistemlerinde kaybolma olasılıklarının hesaplanması, sistemin çalışma disiplinine göre farklılık göstermektedir. Örneğin stokastik hizmet sisteminde çalışan tüm kanalların ortalama hizmet sürelerinin farklı olup olmamasına göre, kaybolma olasılığının hesaplanmasında kullanılan yöntemler değişebilmektedir.[9] Kaybolma olasılığının hesaplanmasında bir diğer önemli etken ise stokastik hizmet sisteminin geliş parametresidir. Tek bir geliş akımının var sayıldığı sistemlerde geliş anları aralarındaki sürelerin ortalaması alınmaktadır. Bu ortalama, sisteme aynı iş için gelen tüm müşterileri temsil etmekle birlikte, acil servise benzer sistemlerde olduğu gibi, müşteri hizmet süresinin değişebildiği durumlarda tüm müşteri akımını temsil edememektedir. Bu durumun ortaya çıkardığı en önemli yanlışlıklardan birisi; kısa süreli bir tedavi için gelen bir hastanın bir trafik kazası gibi uzun süreli bir tedavi için gelen hastayla acil servisteki kalma sürelerinin aynı sayılmasıdır. Bu durum sistem parametrelerinin hesaplanmasında oldukça yanlış sonuçların alınmasına neden olmaktadır. Acil servis sistemlerinde de kayıp olasılığının hesaplanmasında bu durum gerçeği yansıtmayan hatalı hesaplamaları ortaya çıkartmaktadır. Bundan dolayı geliş akımları incelenirken hizmet sürelerine ayırt edilebilmeli ve farklı hizmet süreleri olan geliş akımları birkaç kategoriye ayrılmalıdır.

Acil servis gibi hizmet sürelerinin farklı olabildiği stokastik servis sistemlerinde boş olan bir hizmet kanalının boş olmayan diğer bir hizmet kanalına geçebilmesi durumunda hizmet süresinin geçtiği kanaldaki hizmet süresi olarak alınması gerekmektedir. Aksi durumda herhangi bir kanala gelen müşteri kanalın dolu olması durumunda boş durumda olan diğer bir hizmet kanalına geçtiğinde hizmet kanalının ortalama hizmet süresiyle değerlendirilecektir. Bu durum kısa süreli hizmet alması gereken bir hastaya uzun süreli zamanın ayrılmasına veya uzun bir süre tedavi gereken bir hastanın ise daha farklı bir sürede tedavisinin sonlandırılmasına yol açabileceğinden kayıp olasılığının hatalı hesaplanmasına neden olabilir.

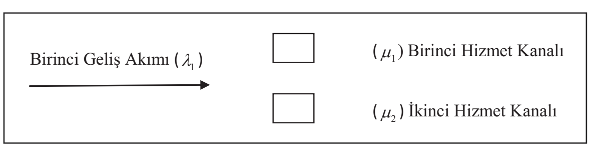


ŞEKİL 1: Geliş akımları ve hizmet kanalları.

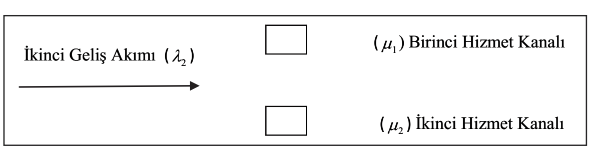
Şekil 1'de farklı iki parametreli geliş akımına ayrılmış bir hizmet sisteminin şeması görülmektedir. Birinci geliş akımı ve hizmet kanalı sırasıyla λ_1 ve μ_1 parametreli, ikinci geliş akımı ve hizmet süresi ise sırasıyla λ_2 ve μ_2 parametrelidir. Birinci hizmet kanalı çalışmaya başladığı andan sonra boş duruma düştüğü bir anda, ikinci hizmet kanalına geçerek hizmet verebilmektedir. Aynı şekilde ikinci hizmet kanalı çalışmaya başladığı andan sonra boş duruma düştüğü bir anda birinci hizmet kanalına geçerek hizmet verebilmektedir. Bu durum Şekil 1'deki şemada; hizmet kanalları sırasıyla (2) ve (1) numaralı oklarla gösterilmiştir.

Eğer (1) numaralı ok yönünde hareket edilirse, ikinci hizmet kanalında hizmet veren kişi birinci hizmet kanalına geçeceğinden stokastik hizmet sistemi Şekil 2'deki halini alacaktır. Burada birinci geliş akımı aynı parametreli iki hizmet kanalına ayrılmaktadır.

Eğer (2) numaralı ok yönünde hareket edilirse birinci hizmet kanalında hizmet veren kişi ikinci hizmet kanalına geçeceğinden stokastik hizmet sistemi Şekil 3'deki halini alacaktır. Burada ise ikinci geliş akımı aynı parametreli iki hizmet kanalına ayrılmaktadır.



ŞEKİL 2: Birinci geliş akımı ve aynı parametreli iki hizmet kanalı.



ŞEKİL 3: İkinci geliş akımı ve aynı parametreli iki hizmet kanalı.

Basit olarak iki farklı geliş akımına ayrılmış bir sistem için yukarıdaki şemalarla gösterilen bu durum geliş akımının ikiden fazla sayıda ayrılması durumunda da kullanılabilir. Dikkat edilecek olursa Şekil 2 ve Şekil 3'deki stokastik hizmet sistemleri bekleme hattının olmadığı iki kanallı geliş akımının Poisson ve hizmet sürelerinin üstel dağılıma sahip olduğu Markov kuyruk modelleridir. Bu modellerde kaybolma olasılıkları Erlang formülü yardımıyla bulanabilir. Ancak burada önemli olan hangi durumda ve hangi olasılıkla Şekil 1'de verilen stokastik hizmet sisteminden bu durumlara geçileceğinin bulunabilmesidir.

Şekil 1'deki stokastik hizmet sistemi bekleme hattı olmayan, tek kanallı farklı geliş akımına ve farklı hizmet süresine sahip iki Markov kuyruk modelinin bütünleştirilmiş durumudur. Buradaki her bir kuyruk modeline ait kayıp olasılıkları yine Erlang formülü yardımıyla hesaplanabilmektedir. Ancak Şekil 1'deki servis sistemi Şekil 2 ve 3'deki sistemlere dönüşebildiğinden Erlang'ın kayıp olasılığı formülünün tek kanallı kuyruk sistemindeki gibi veya iki kanallı kuyruk sisteminde olduğu gibi hesaplanabilmesi yerine bu iki kayıp olasılığı değerinin konveks bir toplamı şeklinde hesaplanabilmesi gerekmektedir. Bu hesaplama Şekil 1'de tanımlanan stokastik kuyruk modeline ait gerçek kayıp olasılığını vermemekle birlikte, sistemin durumunu gösteren yaklaşık sonuçlar verebilmektedir. Kaybolma olasılığın hesabı 2^S tane denklemin çözümünden elde edilebileceğinden oldukça zordur. Bunun yerine kaybolma olasılığını yaklaşık olarak hesaplayabilen bu yöntemin kullanılması oldukça avantajlıdır.

Stokastik servis sistemi Şekil 1'deki gibi tanımlandığında birinci kanalın kayıp olasılığı aşağıdaki konveks toplam şeklinde gösterilebilir;

$$p_{loss}(1) = \eta_{11}\frac{\rho_1}{1+\rho_1} + \eta_{12}\frac{\frac{\rho_1^2}{2!}}{1+\rho_1+\frac{\rho_1^2}{2!}}$$

Burada ρ_1 birinci sistemin yükü ve ikinci kanalın boş olma olasılığı m_2 olmak üzere $\eta_{11} = 1 - m_2$

ve $\eta_{12} = m_2$ eşitlikleri ile hesaplanabilir. İkinci kanalın kayıp olasılığı ise;

$$p_{loss}(2) = \eta_{21}\frac{\rho_2}{1+\rho_2} + \eta_{22}\frac{\frac{\rho_2^2}{2!}}{1+\rho_2+\frac{\rho_2^2}{2!}}$$

Burada ρ_2 ikinci sistemin yükü ve birinci kanalın boş olma olasılığı m_1 olmak üzere $\eta_{21} = 1 - m_1$ ve $\eta_{22} = m_1$ eşitlikleri ile hesaplanabilir.

Aynı yöntemle geliş akımı üç farklı gruba ayrıldığı durumda sistem üç farklı Markov kuyruk modelin birleştirilmiş hali olacağından birinci kanalın kayıp olasılığı aşağıdaki konveks toplam şeklinde gösterilebilir;

$$p_{loss}(1) = \eta_{11}\frac{\rho_1}{1+\rho_1} + \eta_{12}\frac{\frac{\rho_1^2}{2!}}{1+\rho_1+\frac{\rho_1^2}{2!}} + \eta_{13}\frac{\frac{\rho_1^3}{3!}}{1+\rho_1+\frac{\rho_1^2}{2!}+\frac{\rho_1^3}{3!}}$$

Burada ikinci ve üçüncü kanalın boş olma olasılıkları sırasıyla m_2 ve m_3 olmak üzere η_{11}, η_{12} ve η_{13} aşağıdaki eşitlikler yardımı ile hesaplanır;

$$\eta_{11} = (1-m_2)(1-m_3)$$

$$\eta_{12} = m_3(1-m_2) + m_2(1-m_3)$$

$$\eta_{13} = m_2 m_3$$

Aynı şekilde ikinci kanalın kayıp olasılığı aşağıdaki eşitlikte olduğu gibi hesaplanır;

$$p_{loss}(2) = \eta_{21}\frac{\rho_2}{1+\rho_2} + \eta_{22}\frac{\frac{\rho_2^2}{2!}}{1+\rho_2+\frac{\rho_2^2}{2!}} + \eta_{23}\frac{\frac{\rho_2^3}{3!}}{1+\rho_2+\frac{\rho_2^2}{2!}+\frac{\rho_2^3}{3!}}$$

Burada birinci ve üçüncü kanalın boş olma olasılıkları sırasıyla m_1 ve m_3 olmak üzere η_{21}, η_{22} ve η_{23} aşağıdaki eşitlikler yardımı ile hesaplanır;

$$\eta_{21} = (1-m_1)(1-m_3)$$

$$\eta_{22} = m_3(1-m_1) + m_1(1-m_3)$$

$$\eta_{23} = m_1 m_3$$

Aynı şekilde üçüncü kanalın kayıp olasılığı aşağıdaki eşitlikte olduğu gibi hesaplanır;

$$p_{loss}(3) = \eta_{31}\frac{\rho_3}{1+\rho_3} + \eta_{32}\frac{\frac{\rho_3^2}{2!}}{1+\rho_3+\frac{\rho_3^2}{2!}} + \eta_{33}\frac{\frac{\rho_3^3}{3!}}{1+\rho_3+\frac{\rho_3^2}{2!}+\frac{\rho_3^3}{3!}}$$

Burada birinci ve ikinci kanalın boş olma olasılıkları sırasıyla m_1 ve m_2 olmak üzere η_{31}, η_{32} ve η_{33} aşağıdaki eşitlikler yardımı ile hesaplanır;

$$\eta_{31} = (1-m_1)(1-m_2)$$

$$\eta_{32} = m_2(1-m_1) + m_1(1-m_2)$$

$$\eta_{33} = m_1 m_2$$

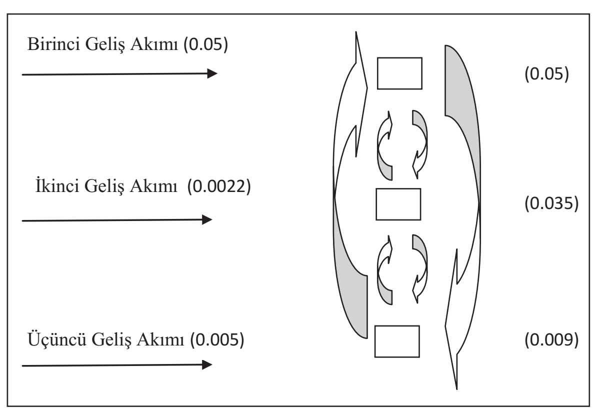
Sonuç olarak; Şekil 1'deki stokastik hizmet sisteminin kayıp olasılığı yaklaşık olarak J. B. Atkinson ve I. N. Kovelanko tarafından verilen heuristik kayıp olasılığı şeklinde aşağıdaki gibi verilir;[6]

$$p_{loss}(H) = \frac{\sum_i \lambda_i - \sum_i \lambda_i (1 - p_{loss}(i))}{\sum_i \lambda_i}$$

UYGULAMA

Hipotetik veri kullanılarak elde edilen acil servis ünitesine ilişkin yapı aşağıda verilen Şekil 4'deki gibi olduğu varsayılsın.

Burada tanımlanan modelde üç farklı geliş akımı, üç farklı ortalama hizmet süresi bulunmakta ve her bir hizmet kanalında tek bir doktor çalışmak-



ŞEKİL 4: Acil servis ünitesindeki geliş akımları.

TABLO 1: Acil servis ünitesine ait hesaplanan parametre değerleri.

Geliş Akımı	λ	μ	ρ	m	η_1	η_2	η_3
1	0.05	0.055	0.909	0.091	0.348	0.504	0.570
2	0.022	0.035	0.628	0.372	0.485	0.455	0.395
3	0.005	0.009	0.555	0.445	0.165	0.040	0.033

TABLO 2: Kayıp olasılıklarının hizmet kanallarının sayısına göre değerleri.

Sistemin Yükü ρ	Bir Hizmet Kanalı	İki Hizmet Kanalı	Üç Hizmet Kanalı
1	0.476	0.177	0.051
2	0.385	0.108	0.022
3	0.356	0.090	0.016

tadır. Bekleme hattı olmayan bu modelde herhangi bir geliş akımından acil servise gelen hasta, ilgili hizmet kanalında çalışan boş doktor bulamadığı takdirde sistemi hizmet almadan terk etmektedir. Ancak her bir hizmet kanalında çalışan doktor boş durumda olduğu anda, diğer hizmet kanallarından birinde devreye girerek çalışmaya devam etmektedir. Sistemin göstergeleri Şekil 4'de verilmekte olup, bu değerler yardımı ile Tablo 1'de verilen sayısal değerler hesaplanmıştır.

Buna ek olarak, acil serviste çalışan doktor sayısına ve sistemin yüküne göre kayıp olasılıkları hesaplanarak Tablo 2'de verilmiştir.

Sonuç olarak; Şekil 4'de gösterilen acil servis ünitesinin yaklaşık olarak kayıp olasılığı aşağıdaki şekilde hesaplanmaktadır;

$$p_{loss}(H) = 0.259$$

İncelenen bu acil servis ünitesinde kayıp olasılığını azaltabilmek ve sistemi daha verimli çalışır bir hale getirebilmek için bir doktor daha çalıştırılmak istense, bu doktorun hangi geliş akımına ait hizmet sisteminde görev yapması gerektiği, sistemin optimum duruma getirilebilmesi için önemli bir problemdir. Acil servis ünitesine çalışmak üzere yeni gelen dördüncü doktorun hangi kanalda çalışmasına karar verebilmek için sırasıyla birinci, ikinci ve üçüncü kanallarda çalışması durumunda, sistemin kayıp olasılıklarının hesaplanması gerekmektedir. Bunun için ilk olarak birinci kanalda çalıştığını göz önüne alınarak, sistemin göstergeleri hesaplanabilir. Bu durumda birinci geliş akımına sahip kuyruk modeli, iki hizmet kanalından oluşmalıdır.

Birinci kanalda iki adet doktorun çalıştığı varsayılarak sistemin yüküne göre kayıp olasılıkları Tablo 4'te verilmiştir.

Tablo 3 ve 4 yardımıyla birinci kanalda iki doktorun çalışması durumunda hesaplanan yaklaşık kayıp olasılığı aşağıdaki şekilde hesaplanmaktadır;

$$p_{loss}(1) = 0.142$$

TABLO 3: Birinci kanalda iki doktor çalışması halinde hesaplanan parametre değerleri.

Geliş Akımı	λ	μ	ρ	m	η_1	η_2	η_3
1	0.05	0.055	0.909	0.173	0.348	0.458	0.519
2	0.022	0.035	0.628	0.372	0.485	0.464	0.416
3	0.005	0.009	0.555	0.445	0.165	0.076	0.064

TABLO 4: Kayıp olasılıklarının hizmet kanallarının sayısına göre değerleri.

Sistemin Yükü ρ	Bir Hizmet Kanalı	İki Hizmet Kanalı	Üç Hizmet Kanalı
1	0.177	0.051	0.011
2	0.385	0.108	0.022
3	0.356	0.090	0.016

TABLO 5: İkinci kanalda iki doktorun çalışması durumunda hesaplanan parametre değerleri.

Geliş Akımı	λ	μ	ρ	m	η_1	η_2	η_3
1	0.05	0.055	0.909	0.091	0.219	0.504	0.359
2	0.022	0.035	0.628	0.605	0.511	0.455	0.585
3	0.005	0.009	0.555	0.445	0.269	0.040	0.055

İkinci olarak, yeni gelen doktorun ikinci kanalda çalıştığı varsayaldığı zaman, bu durumda ikinci geliş akımına sahip kuyruk modeli iki hizmet kanalından oluşacaktır.

İkinci kanalda iki adet doktorun çalıştığı varsayılarak sistemin yüküne göre kayıp olasılıkları Tablo 6'da verilmiştir.

Tablo 5 ve 6 kullanılarak, ikinci kanalda iki doktorun çalışması durumunda hesaplanan yaklaşık kayıp olasılığı aşağıdaki şekilde hesaplanmaktadır;

$$p_{loss}(2) = 0.168$$

Üçüncü olarak, yeni gelen doktorun üçüncü kanalda çalıştığı kabul edilirse, bu durumda ikinci geliş akımına sahip kuyruk modeli iki hizmet kanalından oluşacaktır.

Bunun yanı sıra acil serviste çalışan doktor sayısına ve sistemin yüküne göre kayıp olasılıkları hesaplanarak Tablo 8'de verilmiştir.

Sonuç olarak; Tablo 7 ve 8 yardımıyla üçüncü kanalda iki doktorun çalışması durumunda, hesaplanan yaklaşık kayıp olasılığı aşağıdaki şekilde hesaplanmaktadır;

$$p_{loss}(3) = 0.194$$

TABLO 6: İkinci kanalda iki doktorun çalışması durumunda kayıp olasılıklarının hizmet kanallarının sayısına göre değerleri.

Sistemin Yükü ρ	Bir Hizmet Kanalı	İki Hizmet Kanalı	Üç Hizmet Kanalı
1	0.476	0.177	0.051
2	0.108	0.022	0.003
3	0.356	0.090	0.016

TABLO 7: Üçüncü kanalda iki doktorun çalışması durumunda hesaplanan değerler.

Geliş Akımı	λ	μ	ρ	m	η_1	η_2	η_3
1	0.05	0.055	0.909	0.091	0.194	0.280	0.570
2	0.022	0.035	0.628	0.372	0.548	0.656	0.395
3	0.005	0.009	0.555	0.691	0.257	0.062	0.033

TABLO 8: İkinci kanalda iki doktorun çalışması durumunda kayıp olasılıklarının hizmet kanallarının sayısına göre değerleri.

Sistemin Yükü ρ	Bir Hizmet Kanalı İki	Hizmet Kanalı	Üç Hizmet Kanalı
1	0.476	0.177	0.051
2	0.385	0.108	0.022
3	0.090	0.016	0.002

Her üç durum için hesaplanan kayıp olasılıklarının yaklaşık değerleri göz önüne alındığında, acil servis ünitesine gelen dördüncü doktorun birinci geliş akımının bulunduğu ünitede çalışmasının servis için en uygun olduğu sonucuna varılabilir.

TARTIŞMA

Stokastik servis sistemleri stokastik analizlerin içerisinde önemli yer tutmakla birlikte temelleri 1917 yılında Agner Krarup Erlang tarafından atılmıştır.[7] Stokastik servis sistemleri teorisi (bekleme hattı veya kuyruk sistemleri), hızla gelişerek gerçekleştirilen önemli uygulamalarla zenginleşmiştir. Bu teorinin gelişmiş ülkelerde çeşitli modelleri gündeme getirilmiş, bilim ve teknolojinin birçok alanlarında (Otomatik telefon santralleri, Üretim hattı, Bilgisayar sistemleri, vb.) başarı ile kullanılmıştır.[10]

Stokastik servis sistemlerine ilişkin uygulamalar dikkate alındığında, hizmet için gelen taleplerin anında karşılanamaması, servis sistemlerinin yetersizliğini ve bekleme sorununu ortaya çıkarması sonucunda bir yığılma meydana getirmektedir. Bu yığılma olayına "Bekleme Hattı" veya "Kuyruk", probleme ise "Bekleme Hattı Problemi" veya "Kuyruk Problemi" denilir. Bu yöndeki kurumsal çalışmalara da "Bekleme Hattı Kuramı" veya "Kuyruk Kuramı" adı verilir.[11] Bu problemleri giderebilmeye yönelik olarak kullanılabilen yöntemlerden birisi; kuyruk kuramıdır. Kuyruk kuramı bekleme hattı problemlerinin matematiksel analizini yaparak, sistemin işleyişini etkileyen zaman değişkeninin ve parametrelerinin tahmin edilmesine yardımcı olur. Kuram tek başına problem çözmez, bekleme hattının çeşitli özellikleriyle ilgili bilgileri, karar mekanizmalarında kullanılmak üzere yöneticilere sağlar. Kuyruk kuramı sağlık bilimlerinde gerçekleştirilen çalışmalarda kullanılmaktadır. Kandemir ve Cavas çalışmalarında, kuyruk kuramı kökenli bir modeli insülin düzeyi ve insülin reseptör sayısı arasındaki ilişkiye uygulanmışlar ve elde ettikleri sonuçlara göre kuyruk kuramıyla optimum insülin reseptör sayısının tahmin edilebileceğini belirtmişlerdir.[12] McManus ve ark., kuyruk kuramı yardımıyla yoğun bakım üniteleri için gerekli yatak sayısının belirlenebileceğini göstermişlerdir.[13] Diğer bir kuyruk kuramı ile ilgili çalışmada, bekleme hattı modeli yardımıyla bir bankadaki müşterilerin sıra beklemelerine ilişkin model belirlenmiş ve sistemin ortalama etkinliği hesaplanmıştır.[11]

Bu çalışmada, acil servis ünitesi teorik olarak bilinenlerin dışında bir stokastik hizmet sistemine uyarlanmış ve kurulan bu stokastik hizmet sisteminde hasta yoğunluğunun analizi incelenmiştir. İncelenen stokastik sistemde sistem dolu olduğunda stokastik sisteme gelerek sistemden hizmet almadan ayrılan hastaların kaybolma olasılıkları ele alınmıştır. Bu sayede, hipotetik bir veri yardımıyla acil servis ünitesine gelen hasta akımı oluşturularak, servis dolu olduğunda serviste doktor kontrolüne alınamadan ayrılan hastaların kaybolma olasılıkları hesaplanmaya çalışılmıştır. Bu uygulamada tanımlanan bekleme hattı olmayan modelde; üç farklı geliş akımı, üç farklı ortalama hizmet süresi bulunmakta, her bir hizmet kanalında tek bir doktor çalışmakta ve hasta ilgili hizmet kanalında çalışan boş doktor bulamadığı takdirde, sistemi hizmet almadan terk etmektedir. Söz konusu uygulamada, geliş akımları, kaybolma olasılıkları, sistemin yükü, gelişler arası sürelerin ortalaması ve gelen hastaların ortalama hizmet süreleri gibi değerler hesaplanmıştır. Kayıp olasılıkları, birinci, ikinci ve üçüncü kanallarda bir veya iki doktorun çalışması durumlarında ayrı olarak elde edilmiştir.

Reel uygulamalara bakıldığında stokastik servis sistemlerinde geliş akımının ve hizmet sürelerinin dağılımının belirlenmesiyle sistemin temel göstergeleri hesaplanabilmektedir. Bu belirleme işlemi yani, gelişler arası sürelerin ve hizmet sürelerinin dağılımlarının bilinen teorik dağılımlara uygunluğunun test edilmesi belli bir hata payı ile gerçekleştirilebildiğinden elde edilen sistemin temel göstergelerinin sayısal değerlerinde küçükte olsa bir hata payı her zaman bulunmaktadır. Bundan dolayı hesaplanan sayısal değerler, tahmini değerler olmakta ve yaklaşık olarak sayısal sonuçlar vermektedir. Yapılan uygulamada da sayısal olarak hesaplanan kaybolma olasılıkları gerçek olasılık değerlerini vermemekle birlikte yaklaşık değerler olarak alınabilir.

İstatistik gibi uygulamalı bilimlerde bir teorinin kabul görmesi büyük ölçüde reel olarak uygulanabilir olmasına bağlıdır. Uygulamalarda karşılaşılan güçlüklerin ortadan kaldırılabilmesi ve oluşturulan teorinin başarıyla uygulanabilmesi teorik bilgilerin uygulanabilir olması açısından oldukça önemlidir. Çalışmada teorik olarak düzenlenen stokastik hizmet sisteminde hizmet sürelerini gelen müşteriler belirlemekte ve hizmet kanallarında çalışanların yerleri değişkenlik gösterebilmektedir. Teorik olarak bilinen stokastik hizmet sistemlerinin dışında olan bu tipli bir sistemin temel göstergeleri bilinen mevcut hesaplamalar yardımı ile mümkün olmamaktadır. Bu çalışmada sunulduğu gibi kaybolma olasılıklarının konveks kombinasyonlarının alınarak hesaplama yapılabilmesi, problemin çözümü için kullanışlı bir yöntemdir.

SONUÇ

Sonuç olarak, yapılan çalışmada oluşturulan stokastik model, ilerideki birçok teorik ve reel uygulamalara taban oluşturabilecek nitelikte hazırlanmıştır. Bu model, teknolojinin birçok alanında olduğu gibi farklı geliş akımlarına sahip birçok ünitenin bir araya gelerek oluşturduğu bir sistemde kaybolma olasılığı gibi stokastik servis sistemleri için oldukça önemli bir göstergenin hesaplanmasında kolaylık sağlamaktadır.

KAYNAKLAR

1. Halpern J. Accuracy of estimates for the performance criteria in certain emergency service queueing systems. Transport Sci 1977;11(3):223-42.
2. Larson RC. Approximating the performance of urban emergency service systems. Oper Res 1975;28(5):845-68.
3. Iannoni AP, Morabito R, Saydam C. An optimization approach for ambulance location and the districting of the response segment on highways. EJOR 2009;195(2):528-42.
4. Takeda RA, Widmer JA, Morabito R. Analysis of ambulance decentralization in an urban emergency medical service using the hypercube queueing model. Comput Oper Res 2007;34(3):727-41.
5. Mendonça FC, Morabito R. Analysing emergency medical service ambulance deployment on a Brazilian highway using the hypercube model. JORS 2001;52(3):261-70.
6. Atkinson JB, Kovalenko IN, Kuznetsov N, Mikhalevich KV. A hypercube queueing loss model with customer-dependent service rates. EJOR 2008;191(1):223-39.
7. Brockmeyer E, Halstrom HL, Jensen A. Some applications of the method of statistical equilibrium in the theory of probabilities (5th section). The Life and Works of A. K. Erlang. Danish Academy of Technical Sciences, No.2. 1st ed. Copenhagen: Copenhage Telephone Company; 1948. p. 201-15.
8. Morabito R, Chiyoshi F, Galvao RD. Non-homogeneous servers in emergency medical systems: Practical applications using the hypercube queueing model. SEPS 2008;42(4):255-70.
9. Atkinson JB, Kovalenko IN, Kuznetsov N, Mikhalevich KV. Heuristic methods for the analysis of a queuing system describing emergency medical services deployed along highway. Cybern Syst Anal 2006;42(3):379-91.
10. Halisdemir N, Çalık S. [The analaysis and implementation of the lost probability in finite capacity queueing models]. Science and Engineering Journal of Firat University 2008; 20(3):403-12.
11. Çevik O, Yazgan AE. [Measuring activity by a system that servicing waiting line (queue) model]. Niğde Üniversitesi İİBF Dergisi 2008;1(2):80-6.
12. Kandemir C, Cavas L. [An application of queueing theory to the relationship between ınsulin level and number of ınsulin receptors]. Turk J Bioch 2007;32(1):32-8.
13. McManus ML, Long MC, Cooper A, Litvak E. Queuing theory accurately models the need for critical care resources. Anesthesiology 2004;100(5):1271-6.