ORİJİNAL ARAŞTIRMA ORIGINAL RESEARCH

Karesel Tablolarda Üstel Skorlu İlişki + Simetrik Uyumsuzluk Modeli

Symmetric Disagreement + Exponential Score Association Model in Square Tables

Ayfer Ezgi YILMAZ,[a]
Tülay SARAÇBAŞI[a]

[a]İstatistik Bölümü,
Hacettepe Üniversitesi Fen Fakültesi,
Ankara

Geliş Tarihi/*Received:* 01.04.2015
Kabul Tarihi/*Accepted:* 29.05.2015

Yazışma Adresi/*Correspondence:*
Ayfer Ezgi YILMAZ
Hacettepe Üniversitesi Fen Fakültesi,
İstatistik Bölümü, Ankara,
TÜRKİYE/TURKEY
ezgiyilmaz@hacettepe.edu.tr

ÖZET Amaç: Sıralanabilir değişkenlere sahip olumsallık tablolarının çözümlenmesinde, değişken düzeyleri skor değerleri ile tanımlanır. Skor değerleri eşit aralıklı ve eşit aralıklı olmayan yapıları tanımlamak için farklı eşitliklerle ifade edilmiştir. Bu çalışmada, sıralanabilir karesel tablolarda farklı skor eşitliklerinin modelin anlamlılığına ve parametre tahminlerine etkisi araştırılmıştır. Sıralanabilir karesel olumsallık tablolarında üstel skor içeren ilişki parametreli simetrik uyumsuzluk modeli önerilmiştir. **Gereç ve Yöntemler:** Eşit aralıklı ve üstel skor eşitlikleri ile log-linear modeller kolonoskopi tabanlı vaka-kontrol çalışmasına uygulanarak sonuçları tartışılmıştır. En uygun model için odds oranları hesaplanarak yorumlanmıştır. **Bulgular:** Üstel skorlu ilişki modeli ve üstel skorlu ilişki + simetrik uyumsuzluk modelleri en uygun iki model olarak bulunmuştur. **Sonuç:** Yapılan çalışmada farklı skor değerlerinin model anlamlılığını, parametre tahminlerini ve dolayısıyla odds oranlarını etkilediği görülmüştür. Önerilen üstel skorlu ilişki + simetrik uyumsuzluk modeli farklı üs parametreleri ile uygulandığı için tekdüze ilişki + simetrik uyumsuzluk modelinden daha avantajlıdır.

Anahtar Kelimeler: Sıralanabilir değişkenli karesel tablo; ilişki; uyum; üstel skorlar; odds oranı

ABSTRACT Objective: When performing statistical analysis on ordered contingency tables, the distances between categories of variables to be considered as equally spaced may not give accurate results every time. In that case, the effects of different score values on the model fit and parameter estimates are investigated for square contingency tables with ordered categories. The models suggested in recent studies are introduced. Additionally, in this study, the symmetric disagreement plus exponential score association model is suggested to be used for two-way tables. **Material and Methods:** Log-linear models with equal and exponential scores are applied on the NYC colonoscopy-based case-control study and the results are discussed. Odds ratios are calculated and interpreted for best fitting models. **Results:** The exponential scores association model and symmetric disagreement plus exponential score association models are estimated for the best fitting models. **Conclusion:** The study shows that, using different score values affects goodness of fit test results, parameter estimates and accordingly the odds ratios. Because different power parameters applied to the suggested symmetric disagreement plus exponential score association model, it has advantages over symmetric disagreement plus uniform association model.

Key Words: Ordinal square tables; association; agreement; exponential scores; odds ratio

Turkiye Klinikleri J Biostat 2015;7(2):96-102

doi: 10.5336/biostatic.2015-45474

Kategorik verilerde bağımlı örneklem çalışmaları, eşleştirilmiş örneklemler ya da karesel tablolar olarak isimlendirilir. Sıralanabilir kategorik verilerde, satır ve kolon skorlarının aynı kritere göre sıralandığı bağımlı örneklem çalışmaları sıralanabilir karesel tablolar olarak da adlandırılır. Bu tür veriler değerlendirilirken, öncelikle satır ve kolon değişkenleri arasındaki uyum araştırılır.

Son yıllarda tıp, sosyoloji, psikoloji vb. alanlarda yapılan çalışmalarda sıralanabilir karesel olumsallık tablolarına daha sık rastlanmaktadır. Bu çalışmalarda uyum incelemesi yapılırken Cohen ağırlıklı kappa katsayısı hesaplanır. Fakat bu katsayı ağırlıklı kappa katsayısı karesel tablolarda uyum için tek bir değer vermektedir ve bu nedenle de tabloların ayrıntılı yorumları yapılamamaktadır. Bu nedenle logaritmik doğrusal (log-doğrusal) modeller kullanılması önerilmiştir.

Sıralanabilir olumsallık tablosu çözümlemelerinde, değişkenler arasındaki ilişkiyi yansıtan ilişki parametresi kullanılır. İlişki parametreleri tahminlerinde kullanılan satır ve kolon değişkenlerine ait skor değerleri sıralanabilir yapıyı yansıtır. Tabloda bulunan değişkenlerin özelliklerine göre, araştırmacı her zaman ardışık düzeyler arasındaki mesafeleri eşit almak istemeyebilir. Hangi skorların kullanılacağı, düzeyler arasındaki aralıkların nasıl belirleneceği konusunda karar vermede bazı problemler ile karşılaşılabilir. Bu nedenle, kullanılacak skor değerlerinin seçimi tabloların doğru yorumlanması açısından önemlidir. Literatürde birçok skor eşitliği yer almaktadır fakat tablo yapısına en uygun skorlar tercih edilmelidir. Doğrusal ilişki ve doğrusal ilişki + uyum modellerinde skor eşitliklerinin etkisi tartışılmıştır.[1-4]

Bu çalışmada, sıralanabilir karesel olumsallık tabloları için üstel skorlu ilişki + simetrik uyumsuzluk (DEA) modeli önerilmiştir. Çalışmanın amacı eşit aralıklı olarak verilen ilişki + simetrik uyumsuzluk modelinin geliştirilerek, üstel skorlar ile tartışılması ve bu skorların modelin anlamlılığına ve parametre tahminlerine etkisini araştırmaktır.

Literatürde yer alan log-doğrusal modeller, skor eşitlikleri ve bu çalışmada önerilen üstel skorlu ilişki + simetrik uyumsuzluk modeli Gereç ve Yöntemler bölümünde yer almaktadır. Bahsedilen modeller, kolonoskopi tabanlı vaka-kontrol çalışmasına uygulanarak sonuçları Sayısal Örnek bölümünde tartışılmıştır.

GEREÇ VE YÖNTEMLER

R X R LOG-DOĞRUSAL MODELLER

R X R boyutlu olumsallık tablolarında örneklem büyüklüğü n ile gösterilir. İlgili değişkenler arasındaki bağıntıyı araştıran hipotezler için hesaplanan beklenen sıklıkların (m_{ij}) her birinin e tabanına göre logaritması modellenerek logaritmik doğrusal model eşitlikleri oluşturulur. Tabloların çözümlenmesi, tabloya en uygun logaritmik doğrusal model parametreleri ile ayrıntılı olarak yapılabilir.

R X R boyutlu bir olumsallık tablosunda satır değişkeni X ve sütun değişkeni Y olmak üzere, kullanılabilecek bazı log-doğrusal modeller Tablo 1'de özetlenmiştir. Tabloda yer alan bağımsızlık modeli X ve Y değişkenlerinin bağımsızlığı üzerine kurulan ve tüm tablolarda kullanılabilen bir modeldir.[5] Uyumu inceleyen uyum ve simetrik bant uyumsuzluk (SBU) modelleri sınıflanabilir karesel tablolarda için önerilmiştir.[6,7] Doğrusal ilişki (LL) modeli sıralanabilir tablolarda ilişki incelemesinde kullanılır.[8] Doğrusal ilişki + uyum (LLA) ve tekdüze ilişki + simetrik uyumsuzluk (DUA) modelleri ise sıralanabilir tablolarda uyum ve ilişkiyi beraber inceleyen modellerdir.[1,9]

Tablo 1'de yer alan denklemlerde, λ sabit etkiyi, λ_i^X, X değişkeninin i. düzey etkisini ve λ_j^Y, Y değişkeninin j. düzey etkisini gösterir. Modeller, $\sum_{i=1}^{R}\lambda_i^X = \sum_{j=1}^{R}\lambda_j^Y = 0$ kısıtlaması altında kurulur. β, X ve Y değişkenleri arasındaki ilişkiyi temsil eden ilişki parametresidir. Uyum modelinde yer alan ve Eşitlik (1)'de tanımlanan δ_{ij} uyum, simetrik bant uyumsuzluk modelinde yer alan ve Eşitlik (2)'de tanımlanan γ_{ij} ise simetrik bant uyumsuzluk parametresidir. Simetrik bant uyumsuzluk modeli, uyum modelinden $(R-2)$ tane fazla parametreye sahiptir.

$$\delta_{ij} = \begin{cases} \delta & eğer\ i = j\ ise, \\ 0 & diğer. \end{cases} \tag{1}$$

$$\gamma_{ij} = \begin{cases} \gamma_1 & |i-j| = 1, \\ \gamma_2 & |i-j| = 2, \\ \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots \\ \gamma_{R-1} & |i-j| = R-1, \\ 0 & diğer. \end{cases} \tag{2}$$

TABLO 1: $R \times R$ boyutlu tablolarda kullanılan log-doğrusal modeller ve serbestlik dereceleri.

Model	**Denklem**	***sd***
Bağımsızlık	$log\, m_{ij} = \lambda + \lambda_i^X + \lambda_j^Y$	$(R-1)^2$
Uyum	$log\, m_{ij} = \lambda + \lambda_i^X + \lambda_j^Y + \delta_{ij}$	$(R-1)^2 - 1$
SBU	$log\, m_{ij} = \lambda + \lambda_i^X + \lambda_j^Y + \gamma_{ij}$	$(R-1)^2 - R + 1$
LL	$log\, m_{ij} = \lambda + \lambda_i^X + \lambda_j^Y + \beta \times u_i v_j$	$R^2 - 2R$
LLA	$log\, m_{ij} = \lambda + \lambda_i^X + \lambda_j^Y + \beta \times u_i v_j + \delta_{ij}$	$R^2 - 2R - 1$
DUA	$log\, m_{ij} = \lambda + \lambda_i^X + \lambda_j^Y + \beta \times u_i v_j + \gamma_{ij}$	$(R-1)^2 - 4$

Tanner and Young (1985b) çalışmasında önerilen simetrik bant uyumsuzluk modeli sadece sınıflanabilir karesel tablolarda kullanılabilmektedir.[6] Sıralanabilir tablolarda kullanılmak üzere Aktaş and Saraçbaşı (2009) çalışmasında, tekdüze ilişki + simetrik uyumsuzluk (DUA) modeli önerilmiştir.[9] Bu çalışmada, Eşitlik (2)'de tanımlanan simetrik bant uyumsuzluk parametresine farklı bir yaklaşımda bulunulmuştur. γ_{ij} simetrik uyumsuzluk parametresi Eşitlik (3)'te tanımlanmıştır.

$$\gamma_{ij} = \begin{cases} \gamma_1 & |i-j| = 1, \\ \gamma_2 & |i-j| = 2, \\ \gamma & |i-j| \geq 3, \\ 0 & diğer \end{cases} \tag{3}$$

LL ve LAA modellerinde yer alan u_i, *i.* satıra ait $(i = 1,2,\ldots,R)$ ve v_j, *j.*, kolona ait skor değerleridir $(j = 1,2,\ldots,R)$.

SKOR EŞİTLİKLERİ

İlişki parametreleri tahminlerinde kullanılan satır ve kolon değişkenlerine ait skor değerleri sıralanabilir yapıyı yansıtır. Tabloda bulunan değişkenlerin özelliklerine göre, araştırmacı her zaman ardışık düzeyler arasındaki mesafeleri eşit almak istemeyebilir. Hangi skorların kullanılacağı, düzeyler arasındaki aralıkların nasıl belirleneceği konusunda karar vermede bazı problemler ile karşılaşılabilir. Bu nedenle, kullanılacak skor değerlerinin seçimi tabloların doğru yorumlanması açısından önemlidir.

Doğrusal ilişki modelinde $u_i = i$ ve $v_j = j$ olarak alındığında tekdüze ilişki (UA) modeli elde edilir.[5] Bu modele uyum parametresi eklenerek elde edilen model ise tekdüze ilişki + uyum (UAA) modelidir.

Eşit aralıklara alternatif olarak Bagheban and Zayeri (2010) çalışmasında üstel skorlar önerilmiştir.[4] Skor değerlerinin geometrik bir artışa sahip olduğu kabul edilir. $i,j = 1,2,\ldots,R$ olmak üzere üstel skorlar,

$$u_i = i^a, \quad v_j = j^a. \tag{4}$$

olarak elde edilir. Skorlarda yer alan $a > 0$ 'üs parametresi' olarak adlandırılır ve $a = 1$ olarak alındığında, eşit aralıklı skorlar elde edilir.

ÜSTEL SKORLU İLİŞKİ (EA) VE ÜSTEL SKORLU İLİŞKİ + UYUM (EAA) MODELLERİ

Bagheban and Zayeri (2010) çalışmasında LL modelinde üstel skorlar kullanarak üstel skorlu ilişki modeli (EA) önerilmiştir.[4] EA modeli aşağıdaki eşitlikle tanımlanmıştır. EA modelinin serbestlik derecesi LL modelinde olduğu gibi $(R-1)(C-1) - 1$'dir.

$$log\, m_{ij} = \lambda + \lambda_i^X + \lambda_j^Y + \beta \times i^a j^a \qquad i,j = 1,2,\ldots,R \tag{5}$$

Üstel skorlu ilişki modeline uyum parametresi de dahil edilerek elde edilen model, üstel skorlu ilişki + uyum (EAA) modeli olarak adlandırılmıştır.[4]

$$log\, m_{ij} = \lambda + \lambda_i^X + \lambda_j^Y + \beta \times i^a j^a + \delta_{ij} \qquad i,j = 1,2,\ldots,R \tag{6}$$

Modelde yer alan δ_{ij} parametresi Eşitlik (1)'de tanımlanmıştır. Bu modelde $a = 1$ olarak alındığında, tekdüze ilişki + uyum modeli ile aynı sonuçlar elde edilir. Modelin serbestlik derecesi de LLA modeli ile aynı olarak $(R - 1)^2 - 2$'dir.

ÜSTEL SKORLU İLİŞKİ + SİMETRİK UYUMSUZLUK MODELİ (DEA)

Bu çalışmada, sıralanabilir karesel tablolarda tekdüze ilişki yerine üstel ilişkiyi uyumsuzlukla birlikte inceleyen üstel skorlu ilişki + simetrik uyumsuzluk (DEA) modeli önerilmiştir.

γ_{ij}, Eşitlik (3)'de tanımlanan simetrik uyumsuzluk parametresi olmak üzere DEA modeli,

$$\log m_{ij} = \lambda + \lambda_i^X + \lambda_j^Y + \beta \times (ij)^a + \gamma_{ij} \qquad i, j = 1, 2, \ldots, R \tag{7}$$

olarak tanımlanmıştır.

DEA modeli için log-odds oranları aşağıdaki eşitlikten elde edilir.

$$\log\theta_{ij} = \begin{cases} \beta[i^a - (i+1)^a]^2 - 2\gamma_1 & |i-j| = 0, \\ \beta\,[i^a - (i+1)^a][j^a - (j+1)^a] + 2\gamma_1 - \gamma_2 & |i-j| = 1, \\ \beta\,[i^a - (i+1)^a][j^a - (j+1)^a)] - \gamma_1 + 2\gamma_2 - \gamma & |i-j| = 2, \\ \beta\,[i^a - (i+1)^a][j^a - (j+1)^a] + \gamma - \gamma_2 & |i-j| = 3, \\ \beta\,[i^a - (i+1)^a][j^a - (j+1)^a] & |i-j| > 3 \end{cases} \tag{8}$$

Model, DUA modelinde olduğu gibi $(R - 1)^2 - 4 = (R + 1)(R - 3)$ serbestlik derecesine sahiptir. Bu modelin uygulanabilmesi için $R > 4$ olması gerekmektedir.

6 x 6 boyutlu bir tabloda, DEA modelinin analizi için istatistiksel paket programlarına yapılacak veri girişi yandaki tasarım matrisi yardımıyla yapılabilir.

$$\begin{bmatrix} 0+\beta & \delta_1+2^a\beta & \delta_2+3^a\beta & \delta+4^a\beta & \delta+5^a\beta & \delta+6^a\beta \\ \delta_1+2^a\beta & 0+4^a\beta & \delta_1+6^a\beta & \delta_2+8^a\beta & \delta+10^a\beta & \delta+12^a\beta \\ \delta_2+3^a\beta & \delta_1+6^a\beta & 0+9^a\beta & \delta_1+12^a\beta & \delta_2+15^a\beta & \delta+18^a\beta \\ \delta+4^a\beta & \delta_2+8^a\beta & \delta_1+12^a\beta & 0+16^a\beta & \delta_1+20^a\beta & \delta_2+24^a\beta \\ \delta+5^a\beta & \delta+10^a\beta & \delta_2+15^a\beta & \delta_1+20^a\beta & 0+25^a\beta & \delta_1+30^a\beta \\ \delta+6^a\beta & \delta+12^a\beta & \delta+18^a\beta & \delta_2+24^a\beta & \delta_1+30^a\beta & 0+36^a\beta \end{bmatrix} \tag{9}$$

SAYISAL ÖRNEK

Çalışmada incelenen modeller ve önerilen model, klasik örnek olarak nitelendirilen Terry ve ark. kolonoskopi tabanlı vaka-kontrol çalışmasında uygulanmıştır.[10]

New York'ta yapılan bu çalışmada, 190 tane ileri düzeyde olan ve olmayan adenoma vakası slaytlar halinde, gerçek tanısı bilinmeden, bir patoloğa gösterilerek sınıflandırılmıştır. 10 yıllık bir süre sonunda hastalar aynı patolog tarafından tekrar sınıflandırılmıştır. Bu patologdan hastalık şiddetini 5 düzeyden birinde derecelendirmesi istenmiştir. Kolon kanserinin şiddeti: **(1)** "Displazi yok ya da hafif var", **(2)** "Orta düzeyde displazi", **(3)** "Şiddetli displazi", **(4)** "CIS" ya da **(5)** "İntramukozal karsinoma" olarak tanımlanmıştır.

Hastalık tanımları 5 x 5 boyutlu çapraz tablonun düzeylerini oluşturur ve Tablo 2'de verilmiştir.

Karşılaştırmaya yapmak için kullanılacak skor değerleri Tablo 3'te özetlenmiştir.

Bu veri kümesi için incelenen modellerin olabilirlik oran test istatistikleri, serbestlik dereceleri ve *P*-değerleri Tablo 4'te verilmiştir. Tablo 4 incelendiğinde bağımsızlık ve uyum modellerine tablo yapısı uygun dağılış göstermemektedir.

Farklı üs parametrelerine göre EA ve EAA modellerinin sonuçları Tablo 5'te özetlenmiştir. Bu-

TABLO 2: New York kolonoskopi tabanlı vaka-kontrol çalışmasında displazi dereceleri.

	1998					
1988	**(1)**	**(2)**	**(3)**	**(4)**	**(5)**	**Toplam**
(1)	8	13	4	1	1	**27**
(2)	9	16	12	2	0	**39**
(3)	1	13	8	1	1	**24**
(4)	2	19	12	9	6	**48**
(5)	2	6	11	6	27	**52**
Toplam	**22**	**67**	**47**	**19**	**35**	**190**

TABLO 3: Vaka-kontrol çalışması için hesaplanan skor değerleri.

Skorlar	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5
Eşit aralıklı	1	2	3	4	5
Üstel *	1	4	9	16	25

* Üstel skorlar, sadece üs parametresi $a = 2$ olduğu durum için gösterilmiştir.

rada üs parametresi Bagheban and Zayeri (2010) çalışmasında kullanılan aralıklar içerisinde alınmıştır.[4] Burada üs değeri 2 değerinden uzaklaştıkça G^2 değeri artış göstermektedir. Çalışmada amaç en uygun modeli bulmak dolayısıyla en uygun üs parametresine karar vermek olduğu için EA ve EAA modellerinde $a > 4$ için yapılan hesaplamalar çalışmaya dahil edilmemiştir.

Tablo 5'te yer EA ve EAA modelleri farklı üs parametreleri ile uygulanmış olsalar da eşit serbestlik derecesine sahiptirler. Bu durumda aynı kolon boyunca hesaplanan en küçük G^2 değeri en uygun model göstergesi olacaktır. EA ve EAA modellerinde, üs parametresi $a = 2$ olduğu durumda en uygun modele ulaşılmıştır.

DEA modeli sonuçları Tablo 6'da özetlenmiştir. Burada üs parametresi arttıkça G^2 değeri de artış göstermektedir. DEA modeli sonuçları incelendiğinde ise $a = 6$'dan sonra sonuçlarda belirgin bir değişiklik gözlenmemiştir. Bu nedenle çalışmanın devamında üs parametresi EA ve EAA modelleri için $a = 2$, DEA modeli için $a = 6$ alınmıştır.

TABLO 4: Uygulanan modellerin G^2 değerleri, serbestlik dereceleri ve *P*-değerleri.

Model	G^2	*sd*	*P*-değeri
Bağımsızlık	86.460	16	<0.001 *
UA	19.134	15	0.208
Uyum	56.565	15	<0.001 *
SBU	15.096	12	0.236
UAA	18.148	14	0.200
DUA	15.096	12	0.236

* Modele uyum yoktur.

TABLO 5: EA ve EAA modellerinin üs parametresinin farklı değerlerine göre G^2 ve *P*-değerleri.

	EA Modeli		EAA Modeli	
a	G^2	*P*-değeri	G^2	*P*-değeri
0.05	35.439	0.002 *	32.006	0.004 *
1.0	19.134	0.208	18.148	0.200
1.1	18.165	0.254	17.261	0.243
1.3	16.620	0.342	15.841	0.323
1.5	15.552	0.412	14.859	0.388
1.9	14.597	0.481	13.988	0.451
2.0	**14.558**	**0.484**	**13.956**	**0.453**
2.1	14.583	0.482	13.984	0.451
2.2	14.667	0.476	14.066	0.445
3.0	16.719	0.336	15.987	0.314
4.0	20.592	0.150	19.508	0.146

* Modele uyum yoktur (P<0.05).

TABLO 6: DEA modelinin üs parametresinin farklı değerlerine göre G^2 ve *P*-değerleri.

α	G^2	*P*-değeri	α	G^2	*P*-değeri
0.05	14.796	0.253	**6.0**	**9.451**	**0.664**
1.0	15.096	0.236	**10.0**	9.146	0.690
1.1	14.985	0.242	**15.0**	9.061	0.698
1.5	13.848	0.310	**20.0**	9.037	0.700
1.9	12.637	0.396	**25.0**	9.029	0.700
2.0	12.395	0.415	**30.0**	9.027	0.701
3.0	10.834	0.543	**32.0**	9.026	0.701
4.0	10.073	0.610	**40.0**	9.026	0.701

Tablo 4'te yer alan modellerden 4 tanesinde modele uyum bulunmuştur. Amaç en uygun modeli bulmak olduğu için uyum bulunan modellerin içinden en uygun olanının seçilmesi gerekmektedir. Model seçimi bilgi kriterleri yardımıyla gerçekleştirilir. En çok kullanılan bilgi kriterleri Akaike bilgi kriterleridir. Akaike (1974) çalışmasında önerilen düzeltilmiş bilgi kriteri ($AIC = G^2 - 2 \times sd$) ile hesaplanır.[11] Uyum bulunan modeller içinde en küçük *AIC* değerine sahip model en uygun model olarak belirlenir. Burada, G^2 model olabilirlik test istatistiği ve *sd* model serbestlik derecesidir.[12]

Uyum bulunan modeller için hesaplanan *AIC* değerleri Tablo 7'de yer almaktadır. Tablo 7 incelendiğinde en küçük *AIC* değerini veren iki model EA ve DEA modelleridir.

En uygun olduğuna karar verilen EA ve DEA modelleri ile DUA modellerine ilişkin parametre tahmin değerleri, standart hataları ve *P*-değerleri Tablo 8'de yer almaktadır.

Tablo 8 incelendiğinde, patoloğun aynı hastalar için verdiği 1988 yılı kararları ile 1998 yılı kararları arasındaki ilişkiyi ölçen $\hat{\beta}$ parametresinin modellere göre farklılık gösterdiği görülebilir.

TABLO 7: Uyum bulunan modeller için hesaplanan bilgi kriterleri.

Model	SBU	UA	UAA	EA	EAA	DUA	DEA
AIC	-8.904	-10.866	-9.852	**-15.442**	-14.044	-8.904	**-14.549**

TABLO 8: Uyum bulunan modellerin parametrelerinin tahmin değerleri, standart hataları ve *P*-değerleri.

Model	**Parametre tahmini**	**Standart hata**	***P*-değeri**
EA	$\hat{\beta}$ =0.011	0.002	<0.001 *
DUA	$\hat{\beta}$ =0.037	0.196	0.852
	$\hat{\delta}_1 = -0.357$	0.211	0.090
	$\hat{\delta}_2 = -0.892$	0.465	0.055
	$\hat{\delta} = -2.176$	1.107	0.049 *
DEA	$\hat{\beta}$ =0.000000007	0.000000003	0.200
	$\hat{\delta}_1 = -0.191$	0.204	0.347
	$\hat{\delta}_2 = -0.632$	0.273	0.021 *
	$\hat{\delta} = -1.696$	0.451	<0.001 *

* Parametre anlamlıdır (*P*<0.05).

İlişki parametresi EA modeline göre 0.05 anlamlılık düzeyinde önemlidir. DUA ve DEA modellerinde ise simetrik uyumsuzluk parametrelerinin varlığı $\hat{\beta}$'nın önemsiz olması sonucunu getirmiştir.

Önerilen DEA modelinde, simetrik uyumsuzluk parametrelerinden $\hat{\delta}_1$ önemsiz olmasına rağmen, $\hat{\delta}_2$ ve $\hat{\delta}$ önemlidir. DEA ve DUA modellerinin parametreleri karşılaştırıldığında, DUA modelinde yer alan $\hat{\delta}_2$ ve $\hat{\delta}$ parametrelerinin önemliliği DEA modeline göre güçlü değildir.

EA, DEA ve DUA modellerinin parametre tahminlerinden farklı yerel odds oranlarına ulaşılabileceği Eşitlik (10), Eşitlik (11) ve Eşitlik (12)'deki matrislerle verilmiştir.

$$\hat{\theta}_{ij}^{EA} = \begin{bmatrix} 1.1041 & 1.1794 & 1.2599 & 1.3458 \\ 1.1794 & 1.3165 & 1.4696 & 1.6405 \\ 1.2599 & 1.4696 & 1.7143 & 1.9997 \\ 1.3458 & 1.6405 & 1.9997 & 2.4376 \end{bmatrix} \qquad i=j=1,2,3,4 \qquad (10)$$

$$\hat{\theta}_{ij}^{DEA} = \begin{bmatrix} 1.4653 & 1.2844 & 1.8636 & 0.3475 \\ 1.2844 & 1.4698 & 1.3043 & 1.9634 \\ 1.8636 & 1.3043 & 1.5862 & 1.6849 \\ 0.3475 & 1.9634 & 1.6849 & 3.7152 \end{bmatrix} \qquad i=j=1,2,3,4 \qquad (11)$$

$$\hat{\theta}_{ij}^{DUA} = \begin{bmatrix} 2.1191 & 1.2399 & 2.1946 & 1.0377 \\ 1.2399 & 2.1191 & 1.2399 & 2.1946 \\ 2.1946 & 1.2399 & 2.1191 & 1.2399 \\ 1.0377 & 2.1946 & 1.2399 & 2.1191 \end{bmatrix} \qquad i=j=1,2,3,4 \qquad (12)$$

Verilen sonuçlardan sadece $\hat{\theta}_{44}$ yorumlanmıştır.

Patoloğun, 1988 yılında "CIS" teşhisi konulan bir hastaya 1998 yılında yine "CIS" teşhisi koyması olasılığı, "İntramukozal karsinoma" teşhisi koyması olasılığına göre DEA modelinde 3.72 kat, EA modelinde 2.44 kat ve DUA modeli ise 2.12 kat fazladır.

SONUÇ VE TARTIŞMA

Sıralanabilir karesel tablolarda karar düzeyleri arasındaki uyum ve uyumsuzluk ilişki parametreleriyle birlikte modellenebilir. İlişki parametrelerinin yer aldığı logaritmik doğrusal model eşitliklerinde sıralanabilirlik özelliği skor değerleriyle ifade edilir. Karar düzeyleri eşit aralıklı ve eşit olmayan aralıklı olarak alındığında skor eşitliklerinin doğru seçilmesi ilişki parametresinin yorumlanmasında yol gösterici olmaktadır. Yapılan çalışmada eşit aralıklı ve üstel skor değerlerinin model anlamlılığını, parametre tahminlerini ve dolayısıyla odds oranlarını etkilediği görülmüştür.

Önerilen DEA modelinde, üs parametresi $a \neq 1$ için birden çok üs parametresi denenebilmesi eşit aralıklı olmayan karar düzeyleri için en uygun modeli belirleme imkanı sağlar. Üs parametresi $a = 1$ olduğu durumda, eşit aralıklı skor değerlerine ulaşılır. Bu durumda DEA modeli, DUA eşittir.

Tablo 6 incelendiğinde DEA modelinin olabilirlik oran test istatistiği, üs parametresinin $a = 6$ olduğu duruma kadar sürekli bir azalış gösterirken, $a \geq 6$ için azalış durağan hale gelmektedir. $a \geq 32$ değerinde ise olabilirlik oran test istatistiği sabitlenmiştir. Üs parametresinin bu değeri ile $\hat{\beta}$ değeri çok küçük bir değer olarak tahmin edildiği için, odds oranları hesaplanamaz. Bu nedenle Bagheban and Zayeri (2010) çalışmasında $a > 0$ olarak verilmiş ve üst sınır değeri tartışılmamıştır.[5] Sıralanabilir nitel verilerde üstel skorların kullanıldığı model çözümlemelerinde, farklı üs parametreleri denenerek G^2'nin kırılma noktasına göre en uygun değerine karar verilmelidir.

KAYNAKLAR

1. Agresti A. A model for agreement between ratings on an ordinal scale. Biometrics 1988; 44(2):539-48.
2. Agresti A. Inference for contingency tables. Categorical Data Analysis. 2nd ed. New York: John Wiley and Sons; 2002. p.88-90.
3. Iki K, Tahata K, Tomizawa S. Ridit score type quasi-symmetry and decomposition of symmetry for square contingency tables with ordered categories. Aust J Stat 2009;38(3):183-92.
4. Bagheban AA, Zayeri F. A generalization of the uniform association model for assessing rater agreement in ordinal scales. J Appl Stat 2010;37(8):1265-73.
5. Agresti A. Modeling Ordinal Association Structure. 2nd ed. New York, USA: John Wiley & Sons; 2010. p. 146-8.
6. Tanner MA, Young MA. Modeling agreement among raters. JASA 1985a;80(389):175-80.
7. Tanner MA, Young MA. Modeling ordinal scale disagreement. Psychological Bulletin 1985b;98(2):408-15.
8. Goodman LA. Simple models for the analysis of association in cross-classifications having ordered categories. J Am Stat Assoc 1979;74(367):537-52.
9. Aktas S, Saracbasi T. Estimation of symmetric disagreement using a uniform association model for ordinal agreement data. AStA 2009;93(3):335-43.
10. Terry MB, Neugut AI, Bostick RM, Potter JD, Haile RW, Fenoglio-Preiser CM. Reliability in the classification of advanced colorectal adenomas. Cancer Epidemiol Biomarkers Prev 2002;11(7):660-3.
11. Akaike H. A new look at the statistical model identification. IEEE Transactions on Automatic Control 1974;19(6):716-23.
12. Sokal RR, Rohlf FJ. Analysis of frequencies. Biometry: The Principles and Practice of Statistics in Biological Research. 3rd ed. New York: Freeman Co; 1995. p. 685-97.